

Первый тур (10 минут; каждая задача — 6 баллов)

1. Вася получил список книг на летние каникулы (12 недель). Он поставил себе цель их прочитать и решил, что каждую неделю он будет читать одно и то же количество книг. Но каждую неделю Вася читал на одну книгу меньше запланированного, поэтому выполнил свой план на 3 недели позже, чем хотел. На сколько недель раньше срока Вася прочитал бы весь список, если бы каждую неделю читал на одну книгу больше, чем планировал?
2. Незнайка утверждает, что он может провести на плоскости 4 прямые так, чтобы их суммарное количество точек пересечения равнялось пяти и 5 прямых так, чтобы их суммарное количество точек пересечения равнялось четырем. Прав ли он?
3. Простым или составным является число $200^2 - 399$? Ответ обоснуйте.

Второй тур (15 минут; каждая задача — 7 баллов)

1. Сравните: $\frac{\overbrace{77\dots7}^{99}}{\underbrace{77\dots7}_{100}}$ и $\frac{\overbrace{55\dots5}^{100}}{\underbrace{55\dots5}_{101}}$. Ответ обоснуйте.

2. Прямоугольник разбили двумя прямыми, параллельными его сторонам, на четыре прямоугольника. Один из них оказался квадратом, а периметры прямоугольников, соседних с ним, равны 20 см и 16 см. Найдите площадь исходного прямоугольника.
3. В коробке лежат фрукты (не менее пяти). Если вытащить наугад три фрукта, то среди них обязательно найдется яблоко. Если вытащить наугад четыре фрукта, то среди них обязательно найдется груша. Какие фрукты могут быть вытащены и в каком количестве, если взять наугад пять фруктов?

Третий тур (15 минут; каждая задача — 7 баллов)

1. Можно ли представить число $\left(\frac{17^2 + 19^2}{2}\right)^2$ в виде суммы квадратов двух натуральных чисел?
2. В остроугольном треугольнике ABC биссектриса AN , высота BH и прямая, перпендикулярная стороне AB и проходящая через ее середину, пересекаются в одной точке. Найдите угол BAC .
3. Существует ли четырёхзначное число, сумма цифр которого в 25 раз меньше их произведения?

Четвертый тур (20 минут; каждая задача — 8 баллов)

1. При каких значениях a и b графики функций $y = |ax + b|$ и $y = |ax| + b$ не имеют общих точек?
2. На сторонах AB и BC равностороннего треугольника ABC отмечены точки D и K соответственно, а на стороне AC отмечены точки E и M так, что $DA + AE = KC + CM = AB$. Отрезки DM и KE пересекаются. Найдите угол между ними.
3. Есть 2018 гирек массами 1 г, 2 г, ..., 2018 г. Заяц положил на одну чашу весов две гирьки. Волк хотел двумя другими гирьками на другой чаше их уравновесить, но не смог. Какие гирьки мог взять Заяц? Перечислите все варианты и обоснуйте.