

Математическая индукция и делимость

1. Докажите, что $5 \cdot 2^{3n+1} + 3^{3n+2}$ делится на 19.
2. Числа вида $F_n = 2^{2^n} + 1$ называются числами Ферма. Докажите, что десятичная запись числа F_n при $n \geq 2$ оканчивается цифрой 7.
3. Докажите, что все числа 10017, 100117, 1001117, . . . делятся на 53.
4. Докажите, что $2^{3^n} + 1$ делится на 3^{n+1} .
5. Докажите, что $3^{2^n} - 1$ делится на 2^{n+2} , но не делится на 2^{n+3} .