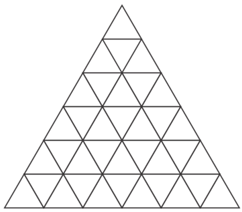
8 класс, 1 тур

Задача 1. У коллекционера есть по одной монете достоинством в 1 копейку, 2 копейки, 3 копейки и 5 копеек. Известно, что первая должна весить 1 г, вторая — 2 г, третья — 3 г и четвёртая — 5 г. Но одна из монет — бракованная, и её вес отличается от нормального в большую сторону. Как за два взвешивания на чашечных весах без гирь выявить фальшивую монету, если известно, что остальные монеты — нормальные?

Задача 2. Ира задумала 2 натуральных числа, a и b. После этого она выписала на доску числа $a+b$, $a-b$, ab, $\frac{a}{b}$. Ира утверждает, что сумма этих чисел равна 1001. Докажите, что она ошиблась.

Задача 3. Тюрьма имеет форму правильного треугольника со стороной 6. Она разделена на 36 камер имеющих форму правильного треугольника со стороной 1 (см. рис.). В камерах живут школьники, сдававшие лажу. Можно ли переселить этих школьников в тюрьму, имеющую форму квадрата со стороной 6, разбитого на 36 квадратных камер со стороной 1, так, чтобы школьники живущие по соседству (по стороне) в треугольной тюрьме, остались соседями (по стороне) в квадратной.



Задача 4. В трапеции $ABCD$ ($BC||AD$) $\angle A = \angle D = 45°$. Перпендикуляр из точки C к диагонали BD пересекает отрезок AD в точке K. Пусть L — середина AK. Докажите, что перпендикуляр из L на BD, а также прямые AB и CD пересекаются в одной точке.

Задача 5. Числа $a_1, a_2, \ldots, a_{100}$ — перестановка чисел от 1 до 100. Пусть $S_1 = a_1$, $S_2 = a_1 + a_2$, $\ldots$, $S_{100} = a_1 + a_2 + \ldots + a_{100}$. Какое наибольшее количество точных квадратов могло оказаться среди чисел $S_1, S_2, \ldots, S_{100}$?