

Деление с остатком

1. Как изменятся частное и остаток, если делимое и делитель увеличить в 3 раза?
2. Найдите все натуральные числа, при делении которых на 7 в частном получится то же число, что и в остатке.
3. Какой остаток может давать квадрат числа при делении на 3? А при делении на 4? А при делении на 5?
4. Пусть $x^2 + y^2 = z^2$.
 - (а) Докажите, что хотя бы одно из чисел x, y, z делится на 3;
 - (б) Докажите, что xy делится на 12;
 - (с) Докажите, что xyz делится на 60.
5. Известно, что $a + b + c$ делится на 6. Докажите, что $a^3 + b^3 + c^3$ делится на 6.
6. На доске написаны 1 и 2. Каждую минуту Петя умножает два самых больших числа, написанных на доске, прибавляет к ним 1 и записывает получившееся число на доску. Докажите, что Петя никогда не запишет число, делящееся на 4.
7. Известно, что $x^2 + y^2$ делится на 21. Докажите, что $x^2 + y^2$ делится и на 441.
8.
 - (а) $p, p + 10$ и $p + 14$ – простые числа. Найдите p ;
 - (б) p и $p^2 + 2$ – простые числа. Найдите p ;
 - (с) $p, p^2 + 4$ и $2p^2 - 3$ – простые числа. Найдите p ;
 - (д) $p, 4p^2 + 1$ и $6p^2 + 1$ – простые числа. Найдите p .