

## Удвоение медианы

1. Медиана треугольника образует с его сторонами, выходящими из той же вершины, углы  $40^\circ$  и  $70^\circ$ . Докажите, что эта медиана равна половине одной из них.
2. На медиане  $BM$  треугольника  $ABC$  взяли точку  $E$  так, что  $\angle CEM$  равен  $\angle ABM$ . Докажите, что отрезок  $EC$  равен одной из сторон треугольника.
3. В треугольнике  $ABC$  медиана  $BM$  в два раза меньше стороны  $AB$  и образует с ней угол  $40^\circ$ . Найдите угол  $\angle ABC$ .
4.
  - (a) С помощью циркуля и линейки постройте треугольник по трем сторонам.
  - (b) С помощью циркуля и линейки постройте треугольник по двум сторонам и медиане, проведённой к третьей.
  - (c) Докажите равенство треугольников по двум сторонам и медиане, исходящим из одной вершины.
  - (d) Докажите равенство треугольников по медиане и углам, на которые медиана разбивает угол треугольника.
5. В треугольнике  $ABC$  провели медиану  $BM$ . Оказалось, что сумма углов  $A$  и  $C$  равна углу  $ABM$ . Найдите отношение медианы  $BM$  к стороне  $BC$ .
6. На сторонах  $AB$  и  $BC$  во вне построили квадраты  $ABKL$  и  $CBNT$ . Доказать, что отрезок  $KN$  в два раза больше медианы  $BM$  треугольника  $ABC$ .
7. На медиане  $BM$  треугольника  $ABC$  взяли точку  $E$ . Прямая  $AE$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $K$ . Оказалось, что  $\angle BEK = \angle BKE$ . Найдите  $BC$ , если  $BE = 5$ ,  $EM = 2$ .
8. В выпуклом пятиугольнике  $ABCDE$   $AE = AD$ ,  $AC = AB$  и  $\angle DAC = \angle AEB + \angle ABE$ . Докажите, что сторона  $CD$  в два раза больше медианы  $AK$  треугольника  $ABE$ .
9. В треугольнике  $ABC$  медиана, проведённая из вершины  $A$  к стороне  $BC$ , в четыре раза меньше стороны  $AB$  и образует с ней угол  $60^\circ$ . Найдите угол  $A$ .