

Принцип Дирихле.

Если кролики рассажены в клетки, причём число кроликов больше числа клеток, то хотя бы в одной из клеток находится более одного кролика.

1. В мешке лежат носки двух цветов: черного и белого. Какое наименьшее число носков нужно вынуть из мешка вслепую так, чтобы среди них заведомо оказалась пара носков одного цвета?
2. Обязательно ли среди двадцати пяти монет (т.е. монет достоинством 1, 2, 5 или 10 руб.) найдётся семь монет одинакового достоинства?
3. *Принцип Дирихле, обобщенный.* Если $nk + 1$ кроликов рассажено в n клеток, то хотя бы в одной из клеток находится хотя бы $k + 1$ кроликов.
4. Имеется 101 разноцветная пуговица. Докажите, что среди них обязательно найдется либо 11 пуговиц одного цвета, либо 11 пуговиц разных цветов.
5. (а) Докажите, что среди любых 12 целых чисел всегда можно выбрать два, разность которых делится на 11.
(б) Докажите, что существует две степени двойки, разность которых делится на 2019.
6. На шахматной доске разместили 17 фишек, каждая в своей клетке. Правда ли, что обязательно найдется пара фишек, соседствующих по стороне или диагонали?
7. На квадратный стол размером со стороной 1 м села 51 муха. Докажите, что можно так ударить квадратной мухобойкой со стороной 20 см, чтобы накрыть хотя бы трех мух.
8. 10 друзей послали друг другу праздничные открытки, так что каждый послал пять открыток. Докажите, что найдутся двое, которые послали открытки друг другу.
9. В классе 25 учеников. Известно, что у любых двух девочек разное количество друзей-мальчиков. Какое наибольшее количество девочек может быть в классе?
10. У Пети в кармане несколько монет. Если Петя наугад вытащит из кармана 3 монеты, среди них обязательно найдётся монета «1 рубль». Если Петя наугад вытащит 4 монеты из кармана, среди них обязательно найдётся монета «2 рубля». Петя вытащил из кармана 5 монет. Назовите эти монеты.
11. В кинотеатре семь рядов по 10 мест каждый. Группа из 50 детей сходилa на утренний сеанс, а потом на вечерний. Докажите, что найдутся двое детей, которые на утреннем сеансе сидели в одном ряду и на вечернем тоже сидели в одном ряду.