

Сравнение по модулю. Добавка

1. Найдите остаток от деления:

(а) $1001 + 1002 + \dots + 1009 + 1010$ на 5;

(б) $900 + 901 + \dots + 1099 + 1100$ на 1000;

(с) $7778 \cdot 7779 \cdot 7780 \cdot 7781 \cdot 7782 \cdot 7783$ на 7;

(д) $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 101 + 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 102$ на 103.

2. Найдите остаток от деления:

(а) 9^{2019} на 8;

(б) 8^{2019} на 9;

(с) 2^{2019} на 5;

(д) 2^{2019} на 7.

3. Докажите, что:

(а) $29^{99} + 31^{99}$ делится на 30; (б) $43^{101} + 23^{101}$ делится на 66;

(с) $3^{1794} + 5^{1794}$ делится на 30; (д) $11^{n+2} + 12^{2n+1}$ делится на 133;

(е) $16^{n+2} + 23^{n+1} + 37^n$ делится на 7; (ф) $2^{5n+3} + 5^n \cdot 3^{n+2}$ делится на 17.

4. Докажите, что

(а) $2019! + \frac{4038!}{2019!}$ делится на 4039;

(б) $1^{2019} + 2^{2019} + \dots + 2018^{2019}$ делится на 2019;

(с) $(2^n - 1)^n - 3$ делится на $2^n - 3$.

5.