

Подсчет двумя способами

1. Таблицы

(а) Можно ли в таблице 10×10 расставить числа так, чтобы сумма чисел любой строки была равна 15, а сумма чисел любого столбца была равна 17?

(б) В прямоугольной таблице 8 столбцов, сумма в каждом столбце — по 10, а в каждой строке — по 20. Сколько в таблице строк?

(с) Можно ли в таблицу 5×5 записать числа $1, 2, 3, \dots, 25$ так, чтобы в каждой строке сумма нескольких записанных чисел была равна сумме остальных чисел этой строки?

2. В строку записаны 10 чисел, причем сумма любых трех подряд равна 7, а сумма всех равна 20. Найдите седьмое число.

3. Четыре девочки — Катя, Лена, Маша и Нина — участвовали в концерте. Они пели песни. Каждую песню исполняли три девочки. Катя спела 8 песен — больше, чем каждая из остальных, а Лена — 5 песен — меньше, чем каждая из остальных девочек. Сколько песен было спето?

4. Турниры

(а) В однокруговом турнире участвовали 15 шахматистов. Могло ли оказаться, что каждый из них ровно 5 раз сыграл вничью?

(б) Две команды разыграли первенство по десятиборью, причем за победу в каждом из видов команда получала 4 очка, за ничью — 2 очка и за проигрыш — 1 очко. Вместе обе команды набрали 46 очков. Сколько было ничьих?

5. Можно ли расставить по кругу 7 целых неотрицательных чисел так, чтобы сумма каких-то расположенных трех подряд чисел была равна 1, каких-то трех подряд расположенных — 2, ..., каких-то трех подряд расположенных — 7?

6. Может ли во время шахматной партии на каждой из 30 диагоналей остаться нечётное число фигур? (Угловая клетка также является диагональю.)