

Треугольник Паскаля. Добавка.

1. Докажите тождества:

(a) $C_n^1 + 6 \cdot C_n^2 + 6 \cdot C_n^3 = n^3$;

(b) $C_n^1 + 14 \cdot C_n^2 + 36 \cdot C_n^3 + 24 \cdot C_n^4 = n^4$;

(c) $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - C_n^3 + C_n^4 - \dots + (-1)^k \cdot C_n^k = (-1)^k \cdot C_{n-1}^k$;

(d) $C_n^0 \cdot 2^0 + C_n^1 \cdot 2^1 + \dots + C_n^m \cdot 2^m = 3^n$.

2. Вычислите суммы:

(a) $C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + 4C_n^4 + \dots$;

(b) $C_n^1 + 2^2 C_n^2 + 3^2 C_n^3 + 4^2 C_n^4 + \dots$;

(c) $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + \dots + (C_n^m)^2$.