

Уравнения в целых числах

1. Докажите, что уравнение $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{e} + \frac{1}{f} = 1$ не имеет решений в нечётных натуральных числах.
2. Докажите, что уравнение $3x^2 + 2 = y^2$ нельзя решить в целых числах.
3. Решите в натуральных числах уравнение:
 - (а) $x^2 - y^2 = 31$;
 - (б) $x^2 - y^2 = 303$.
4. Доказать, что уравнение $4^k - 4^l = 10^n$ не имеет решений в целых числах.
5. Решите в целых числах уравнение $2^n + 7 = x^2$.
6. Докажите, что уравнение $x! \cdot y! = z!$ имеет бесконечно много решений в натуральных числах, больших 1.
7. Найдите все натуральные m и n , для которых $m! + 12 = n^2$.
8. Найдите все простые числа p и q , для которых выполняется равенство $p^2 - 2q^2 = 1$.
9. Решить в натуральных числах уравнение $x^{2y-1} + (x+1)^{2y-1} = (x+2)^{2y-1}$