

Сочетания и перестановки

Факториалом натурального числа n называется произведение всех чисел от 1 до n , то есть $n! = n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$. По определению считается, что $0! = 1$.

1. Сколько существует различных способов расставить в ряд
(а) 4; (б) 5; (с) n человек?
2. Необычная команда для матбоя состоит из 8 человек.
(а) Сколько существует способов выбрать двух людей, которые будут решать все задачи, пока другие отдыхают?
(б) А трех человек?
(с) Четырех?
3. На плоскости дано 10 точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Сколько существует треугольников с вершинами в этих точках?
4. Геометр Гоша нарисовал в тетради 146 прямых. Какое наибольшее количество точек пересечения могло получиться?
5. Сколько существует 9-значных чисел с суммой цифр 6, в записи которых используются только цифры 0 и 1?
6. Сколькими способами можно расставить в ряд 20 учеников первой страты, чтобы
(а) Андрей и Илья;
(б) все четыре девочки стояли рядом?
7. Сколькими способами можно разбить 12 человек
(а) на 2 команды по шесть человек, чтобы Андрей и Илья были в разных командах?
(б) на 3 команды по четыре человека, чтобы все три Никиты оказались в разных командах?
8. У одного школьника 6 книг, а у другого 8. Сколькими способами они могут поменяться тремя книгами?

Дополнительные задачи

9. Сколько существует 10-значных чисел с суммой цифр, равной 3?
10. Найдите количество точек пересечений диагоналей в n -угольнике, в котором никакие три диагонали не пересекаются в одной точке.
11. Сколькими способами можно расставить на шахматной доске 8 одинаковых ладей, чтобы они не били друг друга?
12. Имеется куб размером $10 \times 10 \times 10$, состоящий из маленьких единичных кубиков. В центре O одного из угловых кубиков сидит кузнечик. Он может прыгать в центр кубика, имеющего общую грань с тем, в котором кузнечик находится в данный момент, причём так, чтобы расстояние до точки O увеличивалось. Сколькими способами кузнечик может допрыгать до кубика, противоположного исходному?
13. За круглым столом короля Артура сидят 12 рыцарей. Из них каждый враждует со своими соседями и только с ними. Требуется выбрать 5 рыцарей, чтобы освободить заколдованную принцессу, но среди выбранных рыцарей не должно быть врагов. Сколькими способами это можно сделать?