

Отголоски прошлых тем.

1. имеется две кучки по 11 спичек. За ход можно взять две спички из одной кучки и одну из другой. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выиграет при правильной игре?
2. Существует ли десятизначное число, делящееся на 11, в записи которого каждая цифра встречается по одному разу?
3. Доказать, что не существует попарно различных натуральных чисел x, y, z, t , для которых было бы справедливо соотношение

$$x^x + y^y = z^z + t^t$$

4. Два двузначных числа, записанных одно за другим, образуют четырёхзначное число, которое делится на их произведение. Найти эти числа.
5. Шахматная доска размером 6×6 покрыта 18 костями домино размером 1×2 (каждая кость покрывает две клетки). Докажите, что при любом таком покрытии можно разрезать доску на две части по горизонтальной или вертикальной линии, не повредив ни одной кости домино.
6. По кругу в произвольном порядке записано 4 единицы и 5 нулей. Над этими числами выполняется следующая операция: между одинаковыми цифрами пишут ноль, а между различными — единицу, после чего предыдущие цифры вытирают. Затем такая же операция выполняется над полученными цифрами и так далее. Докажите, что после нескольких таких операций невозможно получить 9 нулей.
- 7.* В команде сторожей у каждого есть разряд (натуральное число). Сторож N -го разряда N суток дежурит, потом N суток спит, снова N суток дежурит, N — спит, и так далее. Известно, что разряды любых двух сторожей различаются хотя бы в три раза. Может ли такая команда осуществлять ежедневное дежурство? (Приступить к дежурству сторожа могут не одновременно, в один день могут дежурить несколько сторожей.)
8. Мин и Макс красят забор из 20 досок. Каждый по очереди красит одну из досок в черный или белый цвет. Начинает Макс. Когда весь забор покрашен, подсчитывают число изменений цвета (границ, где черный цвет сменяется белым или наоборот). Макс хочет сделать это число максимальным, а Мин наоборот — минимизировать. Каким будет результаты игры при оптимальных действиях обоих?