

Графы. Добавка.

1. Известно, что в лагере каждый школьник знаком не менее, чем с половиной школьников. Докажите, что можно выбрать четырёх школьников и рассадить за круглым столом так, что при этом каждый будет сидеть рядом со своими знакомыми (известно, что в лагере больше 4 школьников).
2. В некоторой компании каждый дружит не более чем с тремя другими и любые двое или дружат или имеют общего друга. Какое наибольшее число людей может быть в этой компании?
3. Между городами организованы двусторонние беспосадочные авиарейсы таким образом, что от каждого города можно добраться до любого другого (возможно с пересадками). Более того, для каждого города A существует город B такой, что любой из остальных городов соединен или с A или с B . Докажите, что от любого города можно добраться до любого другого не более, чем с двумя пересадками.
4. В лагерь приехали дети. У каждого из детей ровно 5 знакомых мальчиков и ровно 5 знакомых девочек. Докажите, что число детей делится на 4.
5. В теннисном турнире 20 школьника сыграли 8 туров: каждый сыграл с 8 разными школьниками. Докажите, что найдутся три школьника, не сыгравшие между собой пока ни одной игры.