

Принцип крайнего. Добавка.

1. В космическом пространстве летают 2018 астероидов, на каждом из которых сидит астроном. Все расстояния между астероидами различны. Каждый астроном наблюдает за ближайшим астероидом. Докажите, что за одним из астероидов никто не наблюдает.
2. По кругу записаны 30 чисел, каждое равно модулю разности двух следующих за ним по часовой стрелке (то есть разности с отброшенным знаком). Сумма всех чисел равна 300. Что это за числа и в каком порядке записаны?
3. В клетки шахматной доски вписаны 64 различных целых числа. Докажите, что найдутся две клетки с общей стороной, разность чисел в которых не меньше 5.
4. (а) Каждый из учеников класса в течение дня один раз посидел в библиотеке. Известно, что там каждый встретился с каждым. Докажите, что в некоторый момент все ученики были в библиотеке.
(б) За следующий день в библиотеке побывало 100 читателей, каждый по разу. Оказалось, что из любых трех по крайней мере двое там встретились. Докажите, что библиотекарь мог сделать важное объявление в такие два момента времени, чтобы все 100 читателей его услышали.
5. Имеется 13 гирь, каждая из которых весит целое число граммов. Известно, что любые 12 из них можно так разложить на две чашки весов, по шесть гирь на каждой, что наступит равновесие. Докажите, что все гири имеют один и тот же вес.