

## Круги Эйлера

1. Сколько существует натуральных чисел, не превосходящих 1000, которые
  - (а) не делятся ни на 3, ни на 5?
  - (б) не делятся ни на 3, ни на 5, ни на 2?
2. У каждого из тридцати шестиклассников есть одна ручка, один карандаш и одна линейка. После их участия в олимпиаде оказалось, что 26 учеников потеряли ручку, 23 — линейку и 21 — карандаш. Найдите наименьшее возможное количество шестиклассников, потерявших все три предмета.
3. В детский сад завезли карточки для обучения чтению: на некоторых написано «МА», на остальных — «НЯ». Каждый ребёнок взял три карточки и стал составлять из них слова. Оказалось, что слово «МАМА» могут сложить из своих карточек 20 детей, слово «НЯНЯ» — 30 детей, а слово «МАНЯ» — 40 детей. У скольких ребят все три карточки одинаковы?
4. Юра, Лёша и Миша коллекционируют марки. Количество Юриных марок, которых нет у Лёши, меньше, чем количество марок, которые есть и у Юры, и у Лёши. Точно так же, число Лёшиных марок, которых нет у Миши, меньше, чем число марок, которые есть и у Лёши и у Миши. А число Мишиных марок, которых нет у Юры, меньше, чем число марок, которые есть и у Юры и у Миши. Докажите, что какая-то марка есть у каждого из трех мальчиков.
5. На доске написаны 10 натуральных чисел. Оказалось, что произведение любых четырёх из них кратно 30. Докажите, что хотя бы одно из написанных чисел само по себе кратно 30.
6. Ирина, Леонид и Вера решили вместе 100 задач по математике. Каждый из них решил 60 задач. Назовем задачу трудной, если ее решил только один человек, и легкой, если ее решили все трое. Насколько отличается количество трудных задач от количества легких?
7. **(Нестареющая классика)** На полу зала площади 6 лежат три старых равных ковра, каждый из которых покрывает тем не менее участок площади не меньшей, чем 3. Докажите, площадь пересечения каких-то двух из этих ковров не менее 1.
8. Куб с ребром длины 20 разбит на 8000 единичных кубиков, и в каждом кубике записано число. Известно, что в каждом столбике из 20 кубиков, параллельном ребру куба, сумма чисел равна 1 (рассматриваются столбики всех трёх направлений). В некотором кубике записано число 10. Через этот кубик проходит три слоя  $1 \times 20 \times 20$ , параллельных граням куба. Найдите сумму всех чисел вне этих слоев.