

## Алгоритмы

1. Каждая клетка доски  $7 \times 7$  окрашена в черный или в белый цвет. Разрешается одновременно перекрасить все клетки  
(а) некоторого столбца или некоторой строки в тот цвет, клеток которого в этом столбце или в этой строке до перекрашивания было больше.  
(б) любого прямоугольника  $1 \times 3$  в тот цвет, клеток которого в этом прямоугольнике до перекрашивания было больше. Покажите, как такими действиями сделать все клетки одного цвета.
2. У Никиты есть калькулятор, который позволяет умножать число на 3, прибавлять к числу 3 или (если число делится на 3 нацело) делить на 3. Как на этом калькуляторе получить  
(а) из числа 1 любое натуральное число;  
(б) из любого натурального числа число 1;  
(с) из любого натурального числа любое натуральное число?
3. Таня стоит на берегу речки. У неё есть два глиняных кувшина: один на 5 литров, а про второй Таня помнит лишь то, что он вмещает то ли 3, то ли 4 литра. Помогите Тане определить ёмкость второго кувшина. (Заглядывая в кувшин, нельзя понять, сколько в нём воды.)
4. Два мальчика живут в сёлах, между которыми по прямой трассе 90 км, а их тётя — ровно посередине между ними. Тётя пригласила мальчиков в гости. У неё есть мопед, скорость которого 40 км/ч, а с пассажиром — всего 30 км/ч. Все стартуют одновременно: ребята выходят пешком со скоростью 5 км/ч, а тётя выезжает на мопеде, по очереди подбирает мальчиков на трассе и подвозит их. Как им всем собраться у тётки не позднее, чем через 4 часа после старта?
5. Король загадал одну из 36 карт. За один ход мудрецу разрешается разложить карты на стопки с разным числом карт во всех стопках и узнать у короля, в какой из них лежит загаданная карта. Как мудрецу отгадать карту за два хода?
6. В тюрьме Коцея пять камер, пронумерованных числами от 1 до 5. В каждой камере сидит по одному узнику. Василиса уговорила Коцея провести эксперимент: на стене каждой камеры она один раз напишет какой-нибудь номер, и в полночь каждый узник перейдет в камеру с указанным номером (если номер на стене совпадает с номером камеры, то узник никуда не переходит). В следующую полночь узники опять должны перейти из камеры в камеру согласно указаниям на стене, и так они действуют в течение пяти ночей. Если расположение узников в камерах в течение всех шести дней (включая первый) ни разу не повторится, то Василисе дадут звание Премудрой, а узников отпустят. Помогите Василисе написать номера в камерах.
7. В одной деспотичной стране король созвал всех придворных мудрецов (их 10 человек) и объявил им следующее: завтра их всех построят в одну колонну и завяжут глаза, затем каждому на голову наденут колпак черного или белого цвета и снимут повязки. Каждый сможет видеть цвет колпака стоящих впереди него, но не может видеть свой колпак и колпаки тех, кто сзади. Каждому в колонне зададут вопрос: Какого цвета на тебе колпак? Если мудрец ответит правильно, его оставят в живых. Если неправильно, значит он недостоин быть мудрецом и его казнят. Какую стратегию надо избрать мудрецам, чтобы как можно больше из них остались в живых? На размышления и совещания им дается ровно одна ночь.