

Графы. Начало.

0. Сколько ребер в полном графе? Как вообще посчитать количество ребер в графе, зная число вершин и степень каждой из них?
1. Могут ли степени вершин в графе быть равны:
(a) 8, 6, 5, 4, 4, 3, 2, 2? (b) 7, 7, 6, 5, 4, 2, 2, 1?
2. Семь шестиклассников играли в шахматы. Известно, что Кирилл сыграл шесть партий, Влад — пять, Саша и Рома — по три, Игорь и Юра — по две, Катя — одну. Кто с кем сыграл?
3. В стране Цифра есть 9 городов с названиями 1,2,3,4,5,6,7,8,9. Путешественник заметил, что два города соединены авиалинией в том и только в том случае, если двузначное число, составленное из цифр-названий делится на три. Можно ли добраться из города 1 в город 9?
4. Может ли в государстве, в котором из каждого города выходит три дороги, быть ровно 100 дорог?
5. Семь футбольных команд играют однокруговой турнир. Докажите, что в любой момент времени есть 2 команды, сыгравших одинаковое число матчей.
6. (a) Можно ли выписать в ряд цифры от 1 до 9 так, чтобы сумма любых двух соседних цифр, делилась либо на 7, либо на 13?
(b) Можно ли выписать в ряд цифры от 1 до 9 так, чтобы число, составленное из двух соседних цифр, делилось либо на 7, либо на 13?
7. Докажите, что число людей, когда-либо живших на Земле и сделавших нечётное число рукопожатий, чётно.
8. Можно ли нарисовать на плоскости 9 отрезков так, чтобы каждый пересекался ровно с тремя другими?
9. В углах шахматной доски 3×3 стоят 4 коня: 2 белых и 2 черных (сверху два белых, снизу два черных). Можно ли за несколько ходов поставить коней так, чтобы во всех соседних углах стояли кони разного цвета?
10. В стране 100 городов, разделённых на три республики. Некоторые города соединены авиалиниями. Министр связи нашёл не менее 70 таких городов, что из каждого выходит не менее 70 авиалиний. Докажите, что какая-то авиалиния соединяет два города одной республики.