

Анализ с конца.

1. Ваня задумал натуральное число, умножил его на 13, зачеркнул последнюю цифру результата, полученное число умножил на 7, зачеркнул последнюю цифру результата и получил 21. Какое число задумал Ваня?
2. Два пирата играли на золотые монеты. Сначала первый проиграл половину своих монет и отдал их второму, потом второй проиграл первому половину своих монет, затем опять первый проиграл половину монет. В результате у первого оказалось 15 монет, а у второго 33. Сколько монет было у каждого из пиратов перед началом игры?
3. Все натуральные числа от 1 до 1000 выписали в следующем порядке: сначала были выписаны в порядке возрастания числа, сумма цифр которых равна 1, затем, также в порядке возрастания, числа с суммой цифр 2, потом — числа, сумма цифр которых равна 3 и т. д. На каком месте оказалось число 996?
4. В парке посадили в ряд аллею деревьев. Через год между каждыми двумя соседними деревьями посадили ещё по одному дереву. Ещё через год проделали то же самое. Стало всего 405 деревьев. Сколько деревьев было посажено изначально?
5. С числами можно выполнять следующие операции: умножать на два или произвольным образом переставлять цифры (нельзя только ставить ноль на первое место). Можно ли с помощью таких операций из 1 получить 74?
6. По кругу расставлены 9 нулей и единиц, причём не все расставленные числа равны. За один ход между каждыми двумя соседними числами записывается 0, если эти числа равны, и 1, если они не равны. После этого старые числа стираются. Могут ли через некоторое время все числа стать равными?
7. В вершинах квадрата сидят четыре кузнечика. Они могут прыгать друг через друга. Могут ли они через некоторое время оказаться в вершинах квадрата большего размера?
- 8.* За столом сидят 7 гномов, перед каждым — кружка, в некоторые налит эль (но, быть может, не поровну). Первый разлил весь свой эль поровну в кружки всем остальным. Затем второй разлил свой эль поровну всем остальным (включая первого), затем третий гном и т.д. до седьмого. Когда и седьмой гном разлил свой эль, у всех оказалось столько же эля, сколько было вначале. Сколько эля в каждой кружке, если всего его 3 литра?