

## Вспомогательная раскраска

1. Из шахматной доски вырезали две противоположные угловые клетки. Можно ли оставшуюся фигуру разрезать на прямоугольники  $1 \times 2$ ?
2. Можно ли из пяти фигурок «тетриса», сложить прямоугольник размером  $4 \times 5$ ?
3. Некую прямоугольную доску, клетки которой раскрашены в шахматном порядке, разрезали на Т-фигурки тетриса и квадратики  $2 \times 2$ . Докажите, что Т-фигурок, где больше чёрных клеток, столько, сколько и фигурок, у которых больше белых клеток.
4. Доска  $8 \times 8$  покрыта костями домино. Восемь костей покрывают клетки диагонали, некоторые при этом закрывают еще клетку выше диагонали, другие — ниже диагонали. Докажите, что тех и других костей поровну.
5. Можно ли разрезать доску  $6 \times 6$  на: (а) четырехклеточные фигуры типа Т; (б) четырехклеточные фигуры типа Г; (с) прямоугольники  $1 \times 4$ ?
6. На клетчатой бумаге отмечены произвольным образом 2000 клеток. Докажите, что среди них всегда можно выбрать не менее 500 клеток, попарно не соприкасающихся друг с другом (соприкасающимися считаются клетки, имеющие хотя бы одну общую вершину).
7. Какое наибольшее количество прямоугольников  $1 \times 4$  можно разместить в квадрате  $6 \times 6$  (не нарушая границ клеток)?
- 8.\* В клетчатом квадрате  $5 \times 5$  по линиям сетки без наложений разместили 8 прямоугольников  $1 \times 3$ . Какая клетка могла оказаться ненакрытой ни одним прямоугольником? (Укажите все варианты).