

Инвариант. Делимость.

1. Дядька Черномор написал на листке бумаги число 20. 33 богатыря передают листок друг другу, и каждый или прибавляет к числу, или отнимает от него единицу. Может ли в результате получиться число 10?
2. Вася написал на доске шесть чисел: 1, 2, 3, 4, 5 и 6. Каждую минуту он увеличивает два из них на единицу. Может ли Вася через некоторое время получить 6 равных чисел?
3. На столе стоят 16 стаканов. Из них 15 стаканов стоят правильно, а один перевернут доньшком вверх. Разрешается одновременно переворачивать любые четыре стакана. Можно ли, повторяя эту операцию, поставить все стаканы правильно?
4. Разменный автомат меняет одну монету на четыре других. Можно ли с его помощью разменять металлический рубль на 26 монет? А на 126 монет?
5. На доске написаны числа 1, 2, 3, ..., 101. Разрешается стереть любые два числа и написать вместо них разность этих чисел. Можно ли добиться того, чтобы все числа на доске были нулями?
6. На доске были записаны числа 1, 4 и 7. Разрешалось сложить два записанных числа, вычесть из этой суммы третье, а результат записать на доску вместо того числа, которое вычиталось. После многократного выполнения такой операции на доске оказались три числа, наименьшее из которых равно 2017. Найдите остальные числа.
7. Камни лежат в трёх кучках: в одной — 51 камень, в другой — 49 камней, а в третьей — 5 камней. Разрешается объединять любые кучки в одну, а также разделять кучку из чётного количества камней на две равные. Можно ли получить 105 кучек по одному камню в каждой?