

Игры и стратегии

*Стратегия называется **выигрышной**, если, действуя по ней, игрок сможет выиграть вне зависимости от действий оппонента.*

1. Дана шахматная доска. За один ход разрешается покрыть любые две не покрытые ранее клетки доминошкой 1×2 . Проигрывает тот, кто не может сделать ход.
2. У ромашки 12 лепестков. За ход разрешается оторвать либо один лепесток, либо два рядом растущих лепестка. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из игроков может всегда выигрывать независимо от игры противника?
3. Двое по очереди ломают шоколадку 6×8 . За один ход разрешается сделать прямолинейный разлом любого из кусков вдоль углубления. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из игроков может всегда выигрывать, как бы ни играл его соперник?
4. На столе лежат две кучки камней, по 7 камней в каждой. За ход каждому из двух игроков разрешается взять любое количество камней, но только из одной кучки. Проигрывает тот, кому нечего брать. Кто выиграет при правильной игре и как ему для этого надо действовать?
5. Двое по очереди кладут пятаки на круглый стол, причем так, чтобы они не накладывались друг на друга. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре и как ему для этого надо действовать?
6. На окружности на равных расстояниях друг от друга расставлено 20 точек. Двое по очереди соединяют любые две из них отрезком, не пересекающим отрезков, проведённых ранее. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре?
7. Двое играют в игру в квадрате 8×8 . Первый может своим ходом закрасить любую клетку квадрата, а второй — любой уголок из трёх клеток. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из игроков может всегда выигрывать, как бы ни играл его соперник?
8. (а) На доске написано число 0. Два игрока по очереди прибавляют любое число от 1 до 5 к числу на доске и записывают вместо него сумму. Выигрывает игрок, который первый запишет на доске число тридцать. Укажите выигрышную стратегию для второго игрока.
(б) Кто выигрывает, если нужно получить число 34?
9. Двое по очереди ставят слонов в клетки доски 8×8 так, чтобы они не били друг друга. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто может выиграть независимо от игры противника, и как ему при этом нужно играть?

Добавка к играм

1. Двое играют на доске 19×94 клеток. Каждый по очереди отмечает квадрат по линиям сетки (любого возможного размера) и закрашивает его. Выигрывает тот, кто закрасит последнюю клетку. Дважды закрашивать клетки нельзя. Кто выигрывает при правильной игре?
2. Двое по очереди ставят королей в клетки шахматной доски 9×9 так, чтобы они не били друг друга. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?
3. Двое играют в следующую игру. Каждый игрок по очереди вычеркивает 9 чисел (по своему выбору) из последовательности $1, 2, \dots, 100, 101$. После одиннадцати таких вычеркиваний останутся 2 числа. Первому игроку присуждается столько очков, какова разница между этими оставшимися числами. Доказать, что первый игрок всегда сможет набрать по крайней мере 55 очков, как бы ни играл второй.