

Чёт или НеЧёт

- Чётным или нечётным является число:
 - $1 \times 3 \times 5 \times 7 \times \dots \times 2017 \times 2019$;
 - $1 \times 2 + 3 \times 4 + \dots + 2017 \times 2018$;
 - $1 + 2 + 3 + \dots + 2018$;
 - $1 + 3 + 5 + \dots + 2019$.
- Артур перемножил 17 целых чисел и получил 1025, а Коля сложил эти же числа и получила 100. Докажите, что кто-то из них ошибся.
- В ряд выписаны все числа от 1 до 2018. Требуется расставить между ними знаки «+» и «-» так, чтобы полученное выражение равнялось нулю. Удастся ли это сделать?
- На доске написаны 613 целых чисел. Докажите, что можно стереть одно число так, что сумма оставшихся чисел будет чётной. Верно ли это для 612 чисел?
- Можно ли первые шестнадцать простых чисел расставить в клетки квадрата 4×4 так, чтобы он стал магическим (квадрат называется магическим, если суммы чисел, записанных в столбцах, строках и главных диагоналях равны).
- Числа m и n целые. Докажите, что число $mn(m+n)$ чётно.
- Можно ли числа $1, \dots, 21$ разбить на несколько групп так, чтобы в каждой из них максимальное число равнялось сумме всех остальных?
- Может ли прямая, не содержащая вершин замкнутой 13-звенной ломаной, пересекать все ее звенья?
- (а) Из набора домино выбросили все кости с «пустышками». Можно ли оставшиеся кости выложить в ряд?
(б) А можно ли выложить все 28 костей в замкнутую цепь так, чтобы все разности между половинками соседних доминошек равнялись ± 1 (обычно они равны 0)?
- Даны пять чисел; сумма любых трёх из них чётна. Доказать, что все числа чётны.
- Отличник Поликарп купил общую тетрадь объёмом 96 листов и пронумеровал все её страницы по порядку числами от 1 до 192. Двоечник Колька вырвал из этой тетради 25 листов и сложил все 50 чисел, которые на них написаны. В ответе у Кольки получилось 2018. Не ошибся ли он?
- Хулиганы Вася и Петя порвали стенгазету, причём Петя рвал каждый кусок на 5 частей, а Вася на 9. При попытке собрать стенгазету нашли 2018 обрывков. Докажите, что нашли не все кусочки.

13. Рома на 99 карточках написал числа $1, 2, \dots, 99$ перевернул чистыми сторонами вверх. Пришел Антон, перемешал их и снова написал на чистой стороне числа $1, 2, \dots, 99$. Для каждой карточки они нашли сумму написанных на ней чисел и 99 полученных сумм перемножили. Четным или нечетным оказался полученный результат?
14. Можно ли числа от одного до двадцати расставить в вершинах и на ребрах куба так, чтобы каждое число на ребре было равно среднему арифметическому чисел, стоящих на концах этого ребра? (Средним арифметическим двух чисел называется полусумма этих чисел.)