

## Метрические соотношения в треугольнике

В этом листочке:

$A, B, C$  — вершины;  $a, b, c$  — длины сторон;  $\alpha, \beta, \gamma$  — углы треугольника;

$p$  — полупериметр треугольника;  $S$  — площадь треугольника;

$m_a, m_b, m_c$  — длины медиан;  $l_a, l_b, l_c$  — длины биссектрис;  $h_a, h_b, h_c$  — длины высот;  
 $r_a, r_b, r_c$  — радиусы вневписанных окружностей треугольника;

$r, R$  — радиусы вписанной и описанной окружности.

1. (а)  $S = pr$ ;

(б)  $S = (p - a)r_a$ ;

(с)  $S = \frac{abc}{4R}$ ;

(д)  $S = \frac{ct_a r_b}{r_a + r_b}$ .

2.  $\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$

3.  $S = Rr(\sin A + \sin B + \sin C)$

4.  $m_a^2 = \frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{4}$

5. (а)  $l_a = \frac{2bc \cos \frac{\alpha}{2}}{b+c}$

(б)  $l_a = \sqrt{\frac{4bc p(p-a)}{(b+c)^2}}$

6.  $r = 4R \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$

7. (а)  $ab + bc + ca = p^2 + r^2 + 4rR$

(б)  $a^2 + b^2 + c^2 = 2p^2 - 2r^2 - 8Rr$

8.  $4R = r_a + r_b + r_c - r$ .

9. (Формула Карно)  $OA_1 + OB_1 + OC_1 = R + r$ , где  $A_1, B_1, C_1$  — середины сторон треугольника.