

Разнойбой

1. Можно ли доску размером (а) 10×10 (б) 12×12 клеток разрезать на фигурки \boxplus из четырех клеток? Фигурки разрешается поворачивать и переворачивать. *Пункты сдаются одновременно.*
2. Двое играют на доске (а) 20×14 (б) 25×6 клеток. Каждый по очереди отмечает квадрат по линиям сетки (любого возможного размера) и закрашивает его. Выигрывает тот, кто закрасит последнюю клетку. Дважды закрашивать клетки нельзя.
3. Марья-искусница умеет делать с куском ткани следующую операцию: разрезать кусок по прямой линии на две части, перевернуть одну из частей на другую сторону и сшить два куска в один по бывшему разрезу. У неё есть квадратный шелковый платок. Может ли Марья-искусница получить из него правильный треугольник?
4. Докажите, что если для положительных чисел a, b, c выполнено $ab + bc + ca \geq 12$, то $a + b + c \geq 6$.
5. Из точки M , двигающейся по окружности, опускаются перпендикуляры MP и MQ на фиксированные диаметры AB и CD . Докажите, что длина отрезка PQ не зависит от положения точки M .