

## Графы

- 1.<sup>o</sup> Можно ли на плоскости нарисовать 15 отрезков так, чтобы каждый пересекал ровно 7 других?
2. В стране 101 город и из каждого города ведет не менее 50 дорог. Докажите, что из любого города можно добраться в любой другой (возможно с пересадками).
3. В лагере у каждого пионера 20 друзей. Как только пионер узнает новость, он тут же сообщает её своим друзьям. За завтраком один из пионеров узнал новость, и к обеду её знал весь лагерь. За ужином двое пионеров поссорились. На следующий день за завтраком пионеру (не обязательно тому же) сообщают новость. Докажите, что к обеду о ней опять узнает весь лагерь.
4. В стране любые два города соединены либо авиалинией, либо железной дорогой. Министерство транспорта в рамках программы экономии хочет закрыть один из этих видов перевозок.
  - (а) Докажите, что оно может это сделать так, чтобы из любого города можно было добраться в любой другой.
  - (б) Каким числом пересадок можно гарантированно обойтись после этого?
5. В стране 2014 городов, и из каждого выходит не менее, чем 93 дороги. Известно, что из каждого города можно добраться до любого другого. Докажите, что это можно сделать с не более, чем 63 пересадками.
6. На какое наименьшее число частей нужно разрезать проволоку длиной 12 сантиметров, что бы из неё можно было сложить каркас кубика со стороной 1 сантиметр?
- 7.\* В королевстве 16 городов. Король хочет соединить их дорогами так, что бы из каждого города выходило не более 4 дорог и из любого можно было добраться до любого другого, сделав не более 1 пересадки. Сможет ли он это сделать?