

Серия 5.

1. Назовем четырехзначное число x забавным, если каждую его цифру можно увеличить или уменьшить на 1 (при этом цифру 9 можно только уменьшать, а 0 — только увеличивать) так, чтобы в результате получилось число, делящееся на x . Существуют ли 4 забавных числа?

2. Трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC такова, что угол ABD — прямой и $BC + CD = AD$. Найдите отношение оснований $ADBC$.

3. Существуют ли 10 различных рациональных чисел таких, что произведение любых двух из них — целое число, а произведение любых трех — нет?

4. По кругу выложены черные и белые шары, причем черных в два раза больше, чем белых. Известно, что среди пар соседних шаров одноцветных пар втрое больше, чем разноцветных. Какое наименьшее число шаров могло быть выложено?

5. На столе лежат 100 одинаковых с виду монет, из которых 85 фальшивых и 15 настоящих. В вашем распоряжении есть чудо-тестер, в который можно положить две монеты и получить один из трех результатов — «обе монеты настоящие», «обе монеты фальшивые» и «монеты разные». Можно ли за 64 таких теста найти все фальшивые монеты?

6. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ углы ABC и ADC прямые. На сторонах AB , BC , CD , DA взяты точки K , L , M , N соответственно так, что $KLMN$ — прямоугольник. Докажите, что середина диагонали AC равноудалена от прямых KL и MN .