

Серия 1.

1. На окружности отметили 2017 точек и каждую соединили с двумя соседними. Также отметили центр окружности и соединили его со всеми остальными отмеченными точками. Можно ли покрасить 1009 отмеченных точек в красный, а остальные 1009 — в синий цвет так, чтобы каждая красная точка была соединена с нечетным числом синих, а каждая синяя — с четным числом синих?

2. Ученик за одну неделю получил 13 оценок (из набора 2, 3, 4, 5), среднее арифметическое которых — целое число. Докажите, что какую-то оценку он получил не более двух раз.

3. Дан выпуклый пятиугольник $ABCDE$, причем прямая BE параллельна прямой CD и отрезок BE короче отрезка CD . Внутри пятиугольника выбраны точки F и G таким образом, что $ABCF$ и $AGDE$ — параллелограммы. Докажите, что $CD = BE + FG$.

4. Взяли четыре натуральных числа. Для каждой пары этих чисел выписали их наибольший общий делитель. Получились шесть чисел: 1, 2, 3, 4, 5, N , где $N > 5$. Какое наименьшее значение может принимать число N ?

5. На клетчатой доске размером 2018×2018 закрашено несколько (не меньше одной) клеток так, что в каждом квадратице размером 3×3 клетки закрашено четное число клеток. Каково наименьшее возможное число закрашенных клеток?

6. На стороне AC треугольника ABC выбрана точка D такая, что $BD = AC$. Медиана AM этого треугольника пересекает отрезок BD в точке K . Оказалось, что $DK = DC$. Докажите, что $AM + KM = AB$.

Серия 1.

1. На окружности отметили 2017 точек и каждую соединили с двумя соседними. Также отметили центр окружности и соединили его со всеми остальными отмеченными точками. Можно ли покрасить 1009 отмеченных точек в красный, а остальные 1009 — в синий цвет так, чтобы каждая красная точка была соединена с нечетным числом синих, а каждая синяя — с четным числом синих?

2. Ученик за одну неделю получил 13 оценок (из набора 2, 3, 4, 5), среднее арифметическое которых — целое число. Докажите, что какую-то оценку он получил не более двух раз.

3. Дан выпуклый пятиугольник $ABCDE$, причем прямая BE параллельна прямой CD и отрезок BE короче отрезка CD . Внутри пятиугольника выбраны точки F и G таким образом, что $ABCF$ и $AGDE$ — параллелограммы. Докажите, что $CD = BE + FG$.

4. Взяли четыре натуральных числа. Для каждой пары этих чисел выписали их наибольший общий делитель. Получились шесть чисел: 1, 2, 3, 4, 5, N , где $N > 5$. Какое наименьшее значение может принимать число N ?

5. На клетчатой доске размером 2018×2018 закрашено несколько (не меньше одной) клеток так, что в каждом квадратице размером 3×3 клетки закрашено четное число клеток. Каково наименьшее возможное число закрашенных клеток?

6. На стороне AC треугольника ABC выбрана точка D такая, что $BD = AC$. Медиана AM этого треугольника пересекает отрезок BD в точке K . Оказалось, что $DK = DC$. Докажите, что $AM + KM = AB$.