

Общая теорема Фалеса.

Общая теорема Фалеса. Если на первой из двух данных прямых отложить несколько отрезков и через их концы провести семейство параллельных друг другу прямых, то эти прямые отсекают на второй данной прямой отрезки, которые пропорциональны исходным.

1. Дан параллелограмм $ABCD$. На стороне BC отметили точки P и Q так, что $BP = PQ = QC$. На стороне DA отметили точки R и S так, что $DR = RS = SA$. Докажите, что прямые BS , PR и QD делят диагональ AC на четыре равные части.

2. В треугольнике ABC точка M — середина стороны AC , а точка P лежит на стороне BC . Отрезок AP пересекает BM в точке O . Оказалось, что $BO = BP$. Найдите отношение $OM : PC$.

3. На сторонах AB и BC четырехугольника $ABCD$ отметили точки T и S так, что $TS \parallel AC$. Прямые, проходящие через T параллельно AD и через S параллельно CD пересекаются в точке X . Докажите, что точки B , X и D лежат на одной прямой.

4. В четырехугольнике $ABCD$ углы A и C прямые. На диагональ AC опущены перпендикуляры BE и DF . Докажите, что $CE = FA$.

5. На прямую, проходящую через вершину A треугольника опущены перпендикуляры BD и CE . Докажите, что середина стороны BC равноудалена от точек D и E .

6. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BD и CE . Из вершин B и C на прямую ED опущены перпендикуляры BF и CG . Докажите, что $EF = DG$.

7. Дан равнобедренный прямоугольный треугольник ABC . На продолжении катетов AB и AC за вершины B и C отложили равные отрезки BK и CL . Пусть E и F — точки пересечения отрезка KL и прямых, которые перпендикулярны KC и проходят через точки B и A соответственно. Докажите, что $EF = FL$.

8. На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC отмечена точка P . Из вершин A и B опустили перпендикуляры AH_1 и BH_2 на прямую CP . На продолжении отрезка CH_2 за точку H_2 отметили точку F так, что $CH_1 = FH_2$. Докажите, что угол AFB прямой.

9. В треугольнике ABC на сторонах AB , AC и BC выбраны точки D , E и F соответственно так, что $BF = 2CF$, $CE = 2AE$ и угол DEF — прямой. Докажите, что DE — биссектриса угла ADF .

10. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность с диаметром AC . Точки K и M — проекции вершин A и C на прямую BD соответственно. Через точку K проведена прямая, которая параллельна BC и пересекает AC в точке P . Докажите, что угол KPM — прямой.

11. В треугольнике ABC точка M — середина стороны AC , N — внутренняя точка отрезка AM . Прямая, проходящая через точку N параллельно AB , пересекает прямую BM в точке P . Прямая, проходящая через точку M параллельно BC пересекает прямую BN в точке Q . Прямая, проходящая через точку N параллельно AQ пересекает прямую BC в точке S . Докажите, что прямые PS и AC параллельны.