

## Средняя линия треугольника.

1. Противоположные стороны четырехугольника равны. Докажите, что прямая, проходящая через середины его диагоналей, образует с этими сторонами равные углы.
2. Средняя линия четырехугольника образует равные углы с его диагоналями. Докажите, что эти диагонали равны.
3. Диагонали четырехугольника равны, а одна из его средних линий в два раза их меньше. Найдите угол между диагоналями.
4. Прямая, проходящая через середины диагоналей четырехугольника образует с его сторонами углы  $80^\circ$  и  $50^\circ$ . Докажите, что расстояние между серединами диагоналей равно половине одной из сторон четырехугольника.
5. Две противоположные стороны шестиугольника равны и параллельны. Докажите, что середины четырех оставшихся сторон образуют параллелограмм.
6. Вершину треугольника соединили с точкой, которая делит противоположную сторону в отношении  $2 : 1$ . Докажите, что получившийся отрезок разбивает данный треугольник на два, у которых есть по равной медиане.
7. Внутри треугольника  $ABC$  отметили произвольную точку  $M$ . Пусть  $M$ ,  $N$  и  $K$  — середины сторон  $AB$ ,  $BC$  и  $CA$ , а  $P$ ,  $Q$  и  $R$  — середины отрезков  $AM$ ,  $BM$  и  $CM$ . Докажите, что прямые  $MR$ ,  $NQ$  и  $KP$  пересекаются в одной точке.
8. Точка  $M$  является серединой стороны  $BC$  треугольника  $ABC$ . На стороне  $AB$  отметили точку  $K$  так, что  $\angle KAC = \angle AKM$ . Найдите отрезок  $KM$ , если известно, что  $AC = t$ .
9. Точка  $M$  — середина катета  $CB$  прямоугольного треугольника  $ABC$ . На гипотенузе  $AB$  отметили точку  $N$  так, что  $AN = 3BN$ . Найдите длину отрезка  $MN$ , если известно, что  $AB = c$ .
10. Дан треугольник  $ABC$ , в котором  $AB = c$ ,  $BC = a$ , причем  $a > c$ . Через середину  $M$  стороны  $AC$  провели прямую параллельно стороне  $BC$ . Эта прямая пересекает биссектрису  $BK$  в точке  $E$ . Найдите  $ME$ .
11. В трапеции  $ABCD$  основание  $AD$  в два раза больше основания  $BC$ . Из вершины  $D$  на сторону  $AB$  опустили перпендикуляр  $DH$ . Докажите, что треугольник  $CHD$  равнобедренный.
12. Точка  $M$  — середина стороны  $AC$  треугольника  $ABC$ , а точка  $Q$  — середина медианы  $BM$ . Прямая, проходящая через точку  $M$  параллельно  $AQ$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $P$ . Найдите отношение  $MP : AQ$ .
13. Точки  $P$  и  $Q$  — середины сторон  $AD$  и  $CD$  параллелограмма  $ABCD$ . Оказалось, что  $\angle PBD = 90^\circ$ . Найдите отношение  $BD : AC$