

Средняя линия треугольника.

1. Противоположные стороны четырехугольника равны. Докажите, что прямая, проходящая через середины его диагоналей, образует с этими сторонами равные углы.
2. Средняя линия четырехугольника образует равные углы с его диагоналями. Докажите, что эти диагонали равны.
3. Диагонали четырехугольника равны, а одна из его средних линий в два раза их меньше. Найдите угол между диагоналями.
4. Прямая, проходящая через середины диагоналей четырехугольника образует с его сторонами углы 80° и 50° . Докажите, что расстояние между серединами диагоналей равно половине одной из сторон четырехугольника.
5. Две противоположные стороны шестиугольника равны и параллельны. Докажите, что середины четырех оставшихся сторон образуют параллелограмм.
6. Вершину треугольника соединили с точкой, которая делит противоположную сторону в отношении $2 : 1$. Докажите, что получившийся отрезок разбивает данный треугольник на два, у которых есть по равной медиане.
7. Внутри треугольника ABC отметили произвольную точку M . Пусть M , N и K — середины сторон AB , BC и CA , а P , Q и R — середины отрезков AM , BM и CM . Докажите, что прямые MR , NQ и KP пересекаются в одной точке.
8. Точка M является серединой стороны BC треугольника ABC . На стороне AB отметили точку K так, что $\angle KAC = \angle AKM$. Найдите отрезок KM , если известно, что $AC = t$.
9. Точка M — середина катета CB прямоугольного треугольника ABC . На гипотенузе AB отметили точку N так, что $AN = 3BN$. Найдите длину отрезка MN , если известно, что $AB = c$.
10. Дан треугольник ABC , в котором $AB = c$, $BC = a$, причем $a > c$. Через середину M стороны AC провели прямую параллельно стороне BC . Эта прямая пересекает биссектрису BK в точке E . Найдите ME .
11. В трапеции $ABCD$ основание AD в два раза больше основания BC . Из вершины D на сторону AB опустили перпендикуляр DH . Докажите, что треугольник CHD равнобедренный.
12. Точка M — середина стороны AC треугольника ABC , а точка Q — середина медианы BM . Прямая, проходящая через точку M параллельно AQ пересекает сторону BC в точке P . Найдите отношение $MP : AQ$.
13. Точки P и Q — середины сторон AD и CD параллелограмма $ABCD$. Оказалось, что $\angle PBD = 90^\circ$. Найдите отношение $BD : AC$