Малая теорема Ферма, доказательство

7 класс, вторая страта

24.03.18

1. Вспомнив определение сравнимости, докажите следующее ее свойство:для любого натурального m верно, что если $a \equiv b \pmod{n}$, то $a^m \equiv b^m \pmod{n}$.

2. Докажите, что

(a) Если $k \neq 0$ и $a^k \equiv b^k \pmod{kn}$, то $a \equiv b \pmod{n}$.

(b) Если $a^k \equiv b^k \pmod{n}$ и числа k и n взаимно просты, то $a \equiv b \pmod{n}$.

3. Докажите без использования МТФ, что для любого целого a:

(a) $a^2 - a$ делится на 2,

(b) $a^3 - a$ делится на 3,

(c) $a^5 - a$ делится на 5.

4. Пусть p – простое число, а k – целое число, не делящееся на p. Рассмотрим остатки от деления на p чисел $k, 2k, 3k, \ddots, (p-1)k$. Докажите, что:

(a) среди этих остатков нет нулевого;

(b) все эти остатки разные;

(c) это все ненулевые остатки от деления на p.

5. Используя предыдущую задачу, докажите, что если целое число k не кратно простому числу p, то $k^p - 1$ дает остаток 1 при делении на p.

УРА!

Малая теорема Ферма, доказательство

7 класс, вторая страта

24.03.18

1. Вспомнив определение сравнимости, докажите следующее ее свойство:для любого натурального m верно, что если $a \equiv b \pmod{n}$, то $a^m \equiv b^m \pmod{n}$.

2. Докажите, что

(a) Если $k \neq 0$ и $a^k \equiv b^k \pmod{kn}$, то $a \equiv b \pmod{n}$.

(b) Если $a^k \equiv b^k \pmod{n}$ и числа k и n взаимно просты, то $a \equiv b \pmod{n}$.

3. Докажите без использования МТФ, что для любого целого a:

(a) $a^2 - a$ делится на 2,

(b) $a^3 - a$ делится на 3,

(c) $a^5 - a$ делится на 5.

4. Пусть p – простое число, а k – целое число, не делящееся на p. Рассмотрим остатки от деления на p чисел $k, 2k, 3k, \ddots, (p-1)k$. Докажите, что:

(a) среди этих остатков нет нулевого;

(b) все эти остатки разные;

(c) это все ненулевые остатки от деления на p.

5. Используя предыдущую задачу, докажите, что если целое число k не кратно простому числу p, то $k^p - 1$ дает остаток 1 при делении на p.

УРА!