

# Малая теорема Ферма, без доказательства

7 класс, вторая страта

03.03.18

**Малая теорема Ферма.** Если  $p$  – простое число, то  $a^p - a$  делится на  $p$ .

1. Найдите остаток от деления  $2^{100}$  на 101.
2. Простое число  $p$  больше пяти. Докажите, что число из  $p - 1$  единицы делится на  $p$ .
3. Пусть  $p$  — простое число, и  $a$  не делится на  $p$ . Докажите, что найдется натуральное число  $b$ , для которого  $ab \equiv 1 \pmod{p}$ .
4. Докажите, что  $300^{3000} - 1$  делится на 1001.
5. Найдите остаток от деления  $8^{900}$  на 29.
6. Докажите, что  $7^{120} - 1$  делится на 143.
7. Докажите, что число  $30^{239} + 239^{30}$  составное.
8. Пусть  $p$  – простое число. Докажите, что  $(a + b)^p \equiv a^p + b^p \pmod{p}$  для любых целых  $a$  и  $b$ .
9. Сумма трёх чисел  $a$ ,  $b$  и  $c$  делится на 30. Докажите, что  $a^5 + b^5 + c^5$  также делится на 30.