Сравнения

7 класс, вторая страта
10.02.18

1. С чем сравнимо -17 по модулю 7?

2. Пользуясь определениями, докажите свойства сравнений. Пусть $a \equiv b \pmod m$ и $c \equiv d \pmod m$. Тогда

(a) Пусть $a \equiv b \pmod m$ и $b \equiv c \pmod m$, тогда $a \equiv c \pmod m$;

(b) $a + c \equiv b + d \pmod m$ (остаток суммы равен остатку суммы остатков);

(c) $a - c \equiv b - d \pmod m$ (остаток разности равен остатку разности остатков);

(d) $ac \equiv bd \pmod m$ (остаток произведения равен остатку произведения остатков);

(e) $a^n \equiv b^n \pmod m$ для любого натурального n;

(f) $ak \equiv bk \pmod m$ если k и m взаимно просты.

3. Найдите остаток от деления:

(a) 6^{100} на 7.

(b) 7^n на 8 для любого n.

4. Докажите, что:

(a) $30^{99} + 61^{100}$ делится на 30,

(b) $43^{101} + 23^{101}$ делится на 66,

(c) $3^{1794} + 5^{1794}$ делится на 13,

(d) $a^n + b^n$ делится на $a + b$, если n - нечетное число.

5. Докажите, что $1^n + 2^n + \cdots + (n-1)^n$ делится на n, если n - нечетное число.

6. Докажите, что среди 51 целого числа найдутся два, квадраты которых дают одинаковые остатки при делении на 100.

7. Найдите последнюю цифру числа 2007^{2007}.

8. Докажите, что число вида $9^n + 1$, где n – натуральное, не может оканчиваться более чем одним нулём.

9. Является ли число 153427456287342 точным квадратом?

10. Докажите, что ни одно из чисел вида 10^{3n+1} нельзя представить в виде суммы двух кубов натуральных чисел.