

Десятичная запись числа

7 класс, вторая страта

22.11.17

Для обозначения десятичной записи числа A будем использовать символ $\overline{x_n x_{n-1} \dots x_2 x_1}$. Цифра x_0 обозначает число единиц числа A , цифра x_1 — число десятков, x_2 — число сотен и так далее. Выполнено равенство $A = x_0 + 10 \cdot x_1 + 10^2 \cdot x_2 + 10^3 \cdot x_3 + \dots + 10^{n-1} \cdot x_{n-1} + 10^n \cdot x_n$.

Число A имеет десятичную запись $\overline{x_n x_{n-1} \dots x_2 x_1 x_0}$. Докажите следующие свойства :

- A делится на 2 тогда и только тогда, когда x_0 делится на 2;
 - A делится на 5 тогда и только тогда, когда x_0 делится на 5;
 - A делится на 9 тогда и только тогда, когда сумма цифр числа A делится на 9;
 - A делится на 25 тогда и только тогда, когда $\overline{x_1 x_0}$ делится на 25;
 - A делится на 8 тогда и только тогда, когда $\overline{x_2 x_1 x_0}$ делится на 8;
 - A делится на 3 тогда и только тогда, когда сумма цифр числа A делится на 3.
- Найдите двузначное число, в 5 раз большее суммы своих цифр.
- К числу 15 припишите одну и ту же цифру в начале и в конце, чтобы получившееся число делилось на 12.
- Найдите наименьшее число, кратное 45, десятичная запись которого состоит только из единиц и нулей.
- Первая цифра трёхзначного числа равна 4. Если её перенести в конец, получится число, составляющее $3/4$ от исходного. Найдите исходное число.
- Даны цифры a и b , их сумма кратна 7. Докажите, что число вида \overline{aba} делится на 7.
 - Даны цифры a и b , их сумма кратна 13. Докажите, что число вида \overline{aba} делится на 13.
 - Даны цифры a и b , их сумма кратна 13. Докажите, что число вида \overline{aaabbb} делится на 13.
- Найдите все натуральные числа, которые увеличиваются в 9 раз, если между цифрой единиц и цифрой десятков вставить ноль.
- Девять цифр: 1, 2, 3, ..., 9 выписаны в некотором порядке (так, что получилось девятизначное число). Рассмотрим все тройки цифр, идущих подряд, и найдём сумму соответствующих семи трёхзначных чисел. Каково наибольшее возможное значение этой суммы?