

## Чётность часть 3

7 класс, вторая страта

20.09.17

1. На доске  $25 \times 25$  расставлены 25 шашек, причём их расположение симметрично относительно обеих главных диагоналей. Докажите, что одна из шашек стоит в центральной клетке.
2. Клетки доски  $7 \times 7$  окрашены в шахматном порядке так, что углы окрашены в чёрный цвет. Разрешается перекрашивать в противоположный цвет любые две соседние клетки. Можно ли с помощью таких операций перекрасить всю доску в белый цвет?
3. На волшебной яблоне выросли 15 бананов и 20 апельсинов. Одновременно разрешается срывать один или два плода. Если сорвать один из плодов вырастет такой же, если сорвать сразу два одинаковых плода – вырастет апельсин, а если два разных – вырастет банан.
  - (а) В каком порядке надо срывать плоды, чтобы на яблоне остался ровно один плод?
  - (б) Можете ли вы определить, какой это будет плод?
  - (с) Можно ли срывать плоды так, чтобы на яблоне ничего не осталось?
4. Может ли прямая, не содержащая вершин замкнутой 11-звенной ломаной, пересекать все её звенья?
5. В школе 450 учеников и 225 парт. Ровно половина девочек сидят за одной партой с мальчиками. Можно ли пересадить учеников так, чтобы ровно половина мальчиков сидела за одной партой с девочками?
6.  $n$  рыцарей из двух враждующих стран сидят за круглым столом. Число пар соседей-друзей равно числу пар соседей-врагов. Доказать, что  $n$  делится на 4.