Снова считать!

7 класс

07.04.18

Напоминание. Число сочетаний из n по k считается по формуле $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Снова считать

1. Сколько существует

(a) 4-значных чисел, у которых цифры стоят по убыванию?

(b) 9-значных чисел, цифры на четных местах которых строго возрастают, а на нечетных – строго убывают?

2. На каждом борту лодки должно сидеть по три человека. Сколькими способами можно выбрать команду для этой лодки, если есть 31 кандидат, причём десять человек хотят сидеть на левом борту лодки, двенадцать – на правом, а девяти безразлично где сидеть?

Снова думать

3. Докажите следующие свойства сочетаний *алгебраическим путем*, то есть используя явный вид для формулы C_n^k.

(a) $C_n^0 = C_n^n = 1$

(b) $C_n^k = C_n^{n-k}$

(c) $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$

(d) $kC_n^k = nC_{n-1}^{k-1}$

4. Докажите следующие свойства сочетаний *комбинаторным путем*, то есть используя комбинаторный смысл числа сочетаний C_n^k.

(a) $C_n^0 = C_n^n = 1$

(b) $C_n^k = C_n^{n-k}$

(c) $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$

(d) $kC_n^k = nC_{n-1}^{k-1}$

5. Докажите следующие свойства C_n^k комбинаторным путем:

(a) $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \ldots + C_n^n = 2^n$

(b) $C_{n-1}^0 + C_n^1 + C_{n+1}^2 + \cdots + C_{n+m-1}^m = C_{n+m}^m$

(c) $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - \ldots + (-1)^n C_n^n = 0$

6. Докажите следующее свойство C_n^k комбинаторным путем:

$$(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + \ldots + (C_n^n)^2 = C_{2n}^n$$

Школа 444

Снова считать!

7 класс

07.04.18

Напоминание. Число сочетаний из n по k считается по формуле $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Снова считать

1. Сколько существует

(a) 4-значных чисел, у которых цифры стоят по убыванию?

(b) 9-значных чисел, цифры на четных местах которых строго возрастают, а на нечетных – строго убывают?

2. На каждом борту лодки должно сидеть по три человека. Сколькими способами можно выбрать команду для этой лодки, если есть 31 кандидат, причём десять человек хотят сидеть на левом борту лодки, двенадцать – на правом, а девяти безразлично где сидеть?

Снова думать

3. Докажите следующие свойства сочетаний *алгебраическим путем*, то есть используя явный вид для формулы C_n^k.

(a) $C_n^0 = C_n^n = 1$

(b) $C_n^k = C_n^{n-k}$

(c) $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$

(d) $kC_n^k = nC_{n-1}^{k-1}$

4. Докажите следующие свойства сочетаний *комбинаторным путем*, то есть используя комбинаторный смысл числа сочетаний C_n^k.

(a) $C_n^0 = C_n^n = 1$

(b) $C_n^k = C_n^{n-k}$

(c) $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$

(d) $kC_n^k = nC_{n-1}^{k-1}$

5. Докажите следующие свойства C_n^k комбинаторным путем:

(a) $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \ldots + C_n^n = 2^n$

(b) $C_{n-1}^0 + C_n^1 + C_{n+1}^2 + \cdots + C_{n+m-1}^m = C_{n+m}^m$

(c) $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - \ldots + (-1)^n C_n^n = 0$

6. Докажите следующее свойство C_n^k комбинаторным путем:

$$(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + \ldots + (C_n^n)^2 = C_{2n}^n$$