

Инвариант

7 класс

20.01.18

1. Вера, Надя и Люба решали задачи. Чтобы дело шло быстрее, они купили конфет и условились, что за каждую решенную задачу девочка, решившая ее первой, получает четыре конфеты, решившая второй — две, а решившая последней — одну. Девочки говорят, что каждая из них решила все задачи и получила 20 конфет, причем одновременных решений не было. Может ли такое быть?
2. В одной вершине куба написано число 1, а в остальных — нули. Можно прибавлять по единице к числам в концах любого ребра. Можно ли добиться, чтобы все числа делились **(а)** на 2; **(б)** на 3?
3. Хулиганы рвут географическую карту на части. Каждую минуту хулиган берет какой-нибудь из клочков карты и рвет его на семь или на десять частей. Может ли когда-нибудь получиться 2018 кусочков?
4. На доске написаны числа 2000, 2016 и 2048. За ход разрешается заменить числа a и b на
 - (а)** $\frac{a+2b}{3}$ и $\frac{2a+b}{3}$;
 - (б)** $2a - b$ и $2b - a$;
 - (с)** $\frac{a^2}{b}$ и $\frac{b^2}{a}$.Можно ли получить таким образом числа 2016, 2017, 2018?
5. Илья Муромец рубил головы Змею Горынычу. Если за один удар он срубал 7 голов, то вырастали новые 4 головы. Если же он срубал 2 головы, то вырастали новые 8 голов. Убьет ли Илья Муромец Змея Горыныча, если у того первоначально было три головы?
6. В алфавите языка племени УЫУ всего две буквы: У и Ы, причем этот язык обладает такими свойствами: если из слова выкинуть стоящие рядом буквы УЫ, то смысл слова не изменится. Точно так же смысл слова не изменится при добавлении в любое место слова буквосочетания ЫУ или УУЫЫ. Можно ли утверждать, что слова УЫЫ и ЫУУ имеют одинаковый смысл?
7. На острове Серобуромалин обитают 13 серых, 15 бурых и 17 малиновых хамелеонов. Если встречаются два хамелеона разного цвета, то они одновременно меняют свой цвет на третий (серый и бурый становятся оба малиновыми и т.п.). Может ли случиться так, что через некоторое время все хамелеоны будут одного цвета?
8. В правильном 10-угольнике проведены все диагонали, а также отметили все их точки пересечения. Над каждой отмеченной точкой и над каждой вершиной написали 1. За один ход разрешается выбрать любую диагональ или сторону и поменять знаки всех чисел на её точках. Можно ли получить все -1?