Инвариант

7 класс

13.01.18

Задачи на разбор.

1. На шести елках сидят шесть чижей, на каждой елке — по чижу. Елки растут в ряд с интервалами в 10 метров. Если какой-то чиж перелетает с одной елки на другую, то какой-то другой чиж обязательно перелетает на столько же метров, но в обратном направлении. Могут ли все чижи собраться на одной елке?

2. На столе стоят 16 стаканов. Из них 15 стаканов стоят правильно, а один перевернут донышком вверх. Разрешается одновременно переворачивать любые четыре стакана. Можно ли, повторяя эту операцию, поставить все стаканы правильно?

3. Клетки доски 10×10 покрашены в белый цвет. За один ход разрешается перекрасить все клетки квадрата 6×6 в противоположный цвет. Можно ли за конечное число ходов получить шахматную раскраску доски?

Задачи для самостоятльного решения.

1. В ряд выстроены 100 фишек. Разрешено менять местами две фишки, стоящие через одну фишку. Можно ли с помощью таких операций переставить все фишки в обратном порядке?

2. Дядька Черномор написал на листке бумаги число 20. Тридцать три богатыря передают листок друг другу, и каждый или прибавляет к числу или отнимает от него единицу. Может ли в результате получиться число **(a)** 55? **(b)** 10?

3. На сосне растут 8 бананов и 7 апельсинов. Если сорвать два одинаковых фрукта, то на сосне тут же вырастет один банан, а если сорвать два разных — вырастет один апельсин. Срывать фрукты по одному нельзя. В конце концов на сосне остался один фрукт. Какой?

4. Круг разделен на 6 секторов. Разрешается добавлять по одному камешку в любые два соседних сектора. Можно ли добиться, чтобы во всех секторах было поровну камешков, если в начале в двух секторах, расположенных через один, лежит по камешку.

5. В квадрате 10×10 верхний правый угол покаршен в белый цвет, а все остальные клетки в чёрный. Разрешается в столбце или строке перекрасить все клетки в противоположный цвет. Можно ли добиться того, что весь квадрат будет белый?

Дополнительные задачи.

6. Камни лежат в трёх кучках: в одно — 51 камень, в другой — 49 камней, а в третьей — 5 камней. Разрешается объединять любые кучки в одну, а также разделять кучку из чётного количества камней на две равные. Можно ли получить 105 кучек по одному камню в каждой?

7. На доске были записаны числа 1, 4 и 7. Разрешалось сложить два записанных числа, вычесть из этой суммы третье, а результат записать на доску вместо того числа, которое вычиталось. После многократного выполнения такой операции на доске оказались три числа, наименьшее из которых равно 2017. Найдите остальные числа.

8. Утром в луже плавало 19 синих и 95 красных марсианских амеб. Иногда они сливались: если сливаются две красные, то получается одна синяя амеба, если сливаются две синие, то получившаяся амеба тут же делится и в итоге образуются четыре красные амебы, наконец, если сливаются красная и синяя амеба, то это приводит к появлению трех красных амеб. Вечером в луже оказалось 100 амеб. Сколько среди них синих?

9. В пробирке находятся марсианские амебы трех типов:A, B и C. Две амебы любых двух разных типов могут слиться в одну амебу третьего типа. После нескольких таких слияний в пробирке оказалась одна амеба. Каков ее тип, если исходно амеб типа A было 20 штук, типа B – 21 штука и типа C – 22 штуки?