Сравнения по модулю. Добавка

7 класс

09.12.17

1. *(Признаки деления на 9 и на 11)* Пусть число $n = \overline{a_n a_{n-1} \ldots a_1 a_0}$.
(a) Докажите, что $n \equiv a_0 + a_1 + a_2 + \ldots + a_n \pmod 9$.
(b) Докажите, что $n \equiv a_0 - a_1 + a_2 - \ldots + (-1)^n a_n \pmod{11}$.

2. Про целые числа a, b, c, d известно, что $a + 2c$ и $b + 3d$ делятся на 7. Докажите, что $ab - 6cd$ делится на 7.

3. Докажите, что для любых 12 натуральных чисел найдутся два, квадраты которых дают одинаковые остатки при делении на 23.

4. **(a)** Дано число n. Верно ли, что для любого a существует такое b, что $ab \equiv 1 \pmod n$?
(b) Какое условие необходимо добавить на числа a и n, чтобы утверждение предыдущего пункта стало верным?
(c) Пусть p — простое. Докажите, что после приведения к виду несократимой дроби, числитель дроби $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{p-1}$ делится на p.

Школа 444, спецматематика

Сравнения по модулю. Добавка

7 класс

09.12.17

1. *(Признаки деления на 9 и на 11)* Пусть число $n = \overline{a_n a_{n-1} \ldots a_1 a_0}$.
(a) Докажите, что $n \equiv a_0 + a_1 + a_2 + \ldots + a_n \pmod 9$.
(b) Докажите, что $n \equiv a_0 - a_1 + a_2 - \ldots + (-1)^n a_n \pmod{11}$.

2. Про целые числа a, b, c, d известно, что $a + 2c$ и $b + 3d$ делятся на 7. Докажите, что $ab - 6cd$ делится на 7.

3. Докажите, что для любых 12 натуральных чисел найдутся два, квадраты которых дают одинаковые остатки при делении на 23.

4. **(a)** Дано число n. Верно ли, что для любого a существует такое b, что $ab \equiv 1 \pmod n$?
(b) Какое условие необходимо добавить на числа a и n, чтобы утверждение предыдущего пункта стало верным?
(c) Пусть p — простое. Докажите, что после приведения к виду несократимой дроби, числитель дроби $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{p-1}$ делится на p.