

## Арифметика остатков

7 класс

11.10.17

### Простые задачи

1. Число  $a$  даёт остаток 2 при делении на 3 и остаток 3 при делении на 5. Какой остаток может давать число  $a$  при делении на 15? на 30?
2. Натуральное число  $a$  таково, что  $a + 2$  делится на 5. Докажите, что  $7a + 4$  также делится на 5.
3. Нарисуйте таблицу умножения остатков при делении на:  
(а) 3;  
(б) 4;  
(с) 5.
4. Пусть  $p > 3$  простое число. Докажите, что  $p^2 - 1$  делится на 24.
5. Докажите, что уравнение  
(а)  $x^2 + y^2 = 201720162015$ ;  
(б)  $15x^2 - 7y^2 = 9$   
не имеет решений в целых числах.
6. Найдите остаток от деления на 8 числа  $267^{2015}$ .
7. Докажите, что  $123^{128} + 4^{666}$  делится на 17.

### Интересные задачи

8. Последняя цифра квадрата натурального числа равна 6. Докажите, что его предпоследняя цифра нечётна.
9. Докажите, что при любом натуральном  $n$  число  $12^{2n+1} + 11^{n+2}$  делится на 133.
10. Может ли десятичная запись точного квадрата состоять из 100 нулей, 100 единиц, 100 двоек и 100 троек?
11. Решите в натуральных числах уравнение  $3^x + 4^y = 5^z$ .