

Рассуждения в графах

7 класс

30.09.17

1. На сборы в «Команду» поехали 6 человек из первой страты. Докажите, что среди них присутствуют либо три человека, которые попарно друг друга знают, либо три человека, которые попарно друг друга не знают.
2. В двух первых стратах учатся 46 семиклассников, при этом каждый знает хотя бы 23 других. Докажите, что за круглый стол в столовой можно посадить четверых из них, чтобы каждый знал своих соседей.
3. В первой страте учатся 20 человек, при этом, какую бы тройку людей мы ни взяли, в ней всегда найдутся двое знакомых. Докажите, что кто-то в этой группе знает хотя бы 9 человек.
4. В кружке 6-1 учатся 17 человек, при этом любые двое либо друзья, либо соперники, либо не слышали друг о друге. Наведя справки, Леонид Андреевич выяснил, что в группе нет тройки учеников, в которой любые двое дружат между собой. Чуть позже он выяснил, что нет тройки учеников, в которой каждые двое соперничают друг с другом. Докажите, что в этой группе есть тройка людей, которые не слышали друг о друге.
5. (а) С занятий по спецматематике на футбол сбежали 10 человек. Докажите, что среди них найдутся либо три попарно незнакомых человека, либо четыре попарно знакомых человека.
(б) Та же задача для 9 человек.
(с) Пока двое болели в первой страте осталось 18 человек. Докажите, что среди них есть либо четвёрка людей, попарно знающих друг друга, либо четвёрка людей, попарно не знающих друг друга.
6. Есть семь человек, любых шестерых можно посадить за круглый стол так, чтобы каждый сидел рядом с двумя своими друзьями. Докажите, что можно так посадить всех семерых, что каждый будет сидеть рядом со своими друзьями.