

Постоянное свойство и четность

6 класс

18.11.17

1. Дядька Черномор написал на листке бумаги число 20. 33 богатыря передают листок друг другу, и каждый или прибавляет к числу, или отнимает от него единицу. Может ли в результате получиться число 10?
2. Миша написал на доске в некотором порядке 2016 плюсов и 2017 минусов. Время от времени Юра подходит к доске, стирает любые два знака и пишет вместо них один, причём если он стёр одинаковые знаки, то вместо них он пишет плюс, а если разные, то минус. После нескольких таких действий на доске остался только один знак. Какой?
3. Автомат при опускании гривенника выбрасывает пять двушек, а при опускании двушки – пять гривенников. Может ли Петя, подойдя к автомату с одной двушкой, получить после нескольких опусканий одинаковое количество двушек и гривенников?
4. Есть три кучи камней. Разрешается к любой из них добавить столько камней, сколько есть в двух других кучах, или из любой кучи выбросить столько камней, сколько есть в двух других кучах. Например: $(12, 3, 5) \rightarrow (12, 20, 5)$ (или $(4, 3, 5)$). Можно ли, начав с куч 2017, 17 и 7, сделать одну из куч пустой?
5. Незнайка взял у Пилулькина книжку и сосчитал, сколько понадобилось цифр, чтобы пронумеровать все страницы, начиная с первой. У него получилось 100 цифр. Могло ли так быть, или Незнайка ошибся? Если могло, скажите, сколько было страниц.
6. 100 фишек выставлены в ряд. Разрешено менять местами две фишки, стоящие через одну фишку. Можно ли с помощью таких операций переставить все фишки в обратном порядке?
7. (а) На столе лежит 21 монета решкой вверх. За одну операцию разрешается перевернуть любые 20 монет. Можно ли за несколько операций добиться, чтобы все монеты легли орлом вверх?
(б) Тот же вопрос, если монет 20, а разрешается переворачивать по 19.