

Разбиение на пары

5 класс
12.05.18

1. Есть 100 гирек с массами 1, 2, ..., 100 г. Покажите как можно разложить гирьки на две кучки с равными массами и равным количеством гирь.
2. В норке живёт семья из 24 мышей. Каждую ночь ровно три из них отправляются на склад за сыром. Может ли так получиться, что в некоторый момент времени каждая мышка побывала на складе с каждой ровно по одному разу?
3. (а) На доске 25×25 расставлены 25 пашек, причём их расположение симметрично относительно диагонали. Докажите, что одна из пашек расположена на диагонали.
(б) В каждой клетке квадратной таблицы размером 25×25 записано одно из чисел 1, 2, 3, ..., 25. При этом, во-первых, каждое число записано ровно 25 раз, и во-вторых, в клетках, симметричных относительно главной диагонали, записаны равные числа. Докажите, что числа на главной диагонали попарно различны.
4. (а) Можно ли найти 52 различных двузначных числа, чтобы сумма никаких двух из них не равнялась 100?
(б) Из натуральных чисел от 1 до 100 выбрано 50 различных. Оказалось, что сумма никаких двух из них не равна 100. Верно ли, что среди выбранных чисел всегда найдется квадрат какого-нибудь целого числа?
5. В одном доме живут 9 мальчиков и одна девочка. Назовем *компанией* любую группу, состоящую из хотя бы двух детей из этого дома. Каких компаний больше и на сколько: с девочкой или без девочки?
6. Натуральные числа от 1 до 222 как-то разбили на пары, числа в каждой из пар сложили, а полученные 111 сумм перемножили. Мог ли результат оказаться квадратом натурального числа?

Разбиение на пары

5 класс
12.05.18

1. Есть 100 гирек с массами 1, 2, ..., 100 г. Покажите как можно разложить гирьки на две кучки с равными массами и равным количеством гирь.
2. В норке живёт семья из 24 мышей. Каждую ночь ровно три из них отправляются на склад за сыром. Может ли так получиться, что в некоторый момент времени каждая мышка побывала на складе с каждой ровно по одному разу?
3. (а) На доске 25×25 расставлены 25 пашек, причём их расположение симметрично относительно диагонали. Докажите, что одна из пашек расположена на диагонали.
(б) В каждой клетке квадратной таблицы размером 25×25 записано одно из чисел 1, 2, 3, ..., 25. При этом, во-первых, каждое число записано ровно 25 раз, и во-вторых, в клетках, симметричных относительно главной диагонали, записаны равные числа. Докажите, что числа на главной диагонали попарно различны.
4. (а) Можно ли найти 52 различных двузначных числа, чтобы сумма никаких двух из них не равнялась 100?
(б) Из натуральных чисел от 1 до 100 выбрано 50 различных. Оказалось, что сумма никаких двух из них не равна 100. Верно ли, что среди выбранных чисел всегда найдется квадрат какого-нибудь целого числа?
5. В одном доме живут 9 мальчиков и одна девочка. Назовем *компанией* любую группу, состоящую из хотя бы двух детей из этого дома. Каких компаний больше и на сколько: с девочкой или без девочки?
6. Натуральные числа от 1 до 222 как-то разбили на пары, числа в каждой из пар сложили, а полученные 111 сумм перемножили. Мог ли результат оказаться квадратом натурального числа?