

Функциональные уравнения. Метод подстановки

Решите следующие функциональные уравнения:

1.

$$f(3x + 5) = x^2 + 1.$$

2.

$$f(x^2) = x + 2, \quad x > 0.$$

3.

$$f\left(\frac{x+1}{x}\right) = 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}, \quad x \neq 0.$$

4.

$$f\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x}f(-x) = x, \quad x \neq 0.$$

5.

$$xf(y) + yf(x) = 0.$$

6.

$$f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x, \quad x \neq 0.$$

7.

$$f(x) + f\left(\frac{x-1}{x}\right) = 2x, \quad x \neq 0.$$

8.

$$f(x+y) - f(x-y) = 4xy.$$

9.

$$f(2x+1) = 4x^2 + 14x + 7.$$

10.

$$2f(x) + f(1-x) = x^2.$$

11.

$$(x-1)f\left(\frac{x+1}{x-1}\right) - f(x) = x, \quad x \neq 1.$$

12.

$$f(x+y) + f(x-y) = 2f(x)\cos y.$$