

Подсчет конфигураций в графах

Подсчет «растопырок».

1. В компании из 20 человек у каждого хотя бы 10 знакомых. Докажите, что найдутся такие две тройки людей, что любые два человека из разных троек знакомы.
2. В предыдущей задаче, как минимум сколько знакомых должно быть у каждого, чтобы при таком способе решения гарантировать наличие $K_{2,3}$?

Подвешивание

3. В стране 1989 городов и 4000 дорог. Из каждого города выходит по крайней мере три дороги. Докажите, что можно выбрать кольцевой маршрут, проходящий не более чем через 20 городов.

Средняя степень

4. Есть 7 мальчиков и 7 девочек. Между ними 22 знакомства. Докажите, что в соответствующем графе есть цикл длины 4.

5. В графе v вершин и e ребер. Докажите, что если $e > \alpha v$, то можно выбрать несколько вершин так, чтобы степень каждой вершины в образованном ими подграфе была бы больше α .

Для самостоятельного решения

6. Среди 90 человек у каждого не менее 10 друзей. Докажите, что любой человек может пригласить в гости трех других так, что среди четырех собравшихся у каждого будет не менее двух друзей.

7. В стране 1989 городов и 4000 дорог. Докажите, что можно выбрать кольцевой маршрут, проходящий не более чем через 20 городов.

8. 300 бюрократов разбиты на 3 комиссии по 100 человек. Докажите, что найдутся такие два бюрократа из разных комиссий, что в третьей есть либо 17 человек, знакомых с обоими, либо 17 человек, не знакомых с обоими.

9. В стране 1993 города, и из каждого выходит не менее 93 дорог. Известно, что из любого города можно проехать по дорогам в любой другой. Докажите, что это можно сделать не более, чем с 62 пересадками.