

Комплексные числа

1. Вычислите: а) $(1 + i)^4$; б) $\frac{1}{1+i}$; в) $\frac{3-2i}{2+i}$.

2. Решите уравнение $z^2 = 3 + 4i$.

3. Решите уравнения а) $z^6 = 1$; б) $z^6 = -1$.

4. Вычислите

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}\right)^{2017}.$$

5. Вычислите

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}\right)^{2017}.$$

6. Вычислите

$$\left(\frac{1-i}{\sqrt{3}-i}\right)^{2017}.$$

7. Докажите, что

$$\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7} = -\frac{1}{2}.$$

8. Решите уравнение $z^n + z^{n-1} + \dots + z + 1 = 0$.

9. Докажите, что

$$C_n^0 - C_n^2 + C_n^4 - \dots = 2^{\frac{n}{2}} \cos \frac{\pi n}{4}.$$

10. Докажите, что

$$C_n^1 - C_n^3 + C_n^5 - \dots = 2^{\frac{n}{2}} \sin \frac{\pi n}{4}.$$

11. Вычислите

$$C_n^0 + C_n^3 + C_n^6 + \dots$$