

Серия 2.

1. Вершины квадрата соедините с его центром. Расставьте в вершинах квадрата и в его центре пять натуральных чисел так, чтобы каждые два числа, соединенные отрезком, имели общий делитель, больший 1, а любые два числа, не соединенные отрезком, были бы взаимно просты.

2. Квадратный трехчлен $ax^2 + 2bx + c$ имеет два различных корня, а квадратный трехчлен $a^2x^2 + 2b^2x + c^2$ корней не имеет. Докажите, что корни первого трехчлена имеют разные знаки.

3. На сторонах AB и BC равностороннего треугольника ABC отмечены точки L и K соответственно, M — точка пересечения отрезков AK и CL . Известно, что площадь треугольника AMC равна площади четырехугольника $LBKM$. Найдите угол AMC .

4. Вася придумал новую шахматную фигуру «супер-слон». Один «супер-слон» бьет другого, если они стоят на одной диагонали, между ними нет фигур, и следующая по диагонали клетка за вторым «супер-слоном» свободна. Какое наибольшее количество «супер-слонов» можно поставить на шахматную доску так, чтобы каждый из них бился хотя бы одним другим?

5. Дана равнобокая трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . На дуге AD (не содержащей точек B и C) описанной окружности этой трапеции произвольно выбрана точка M . Докажите, что основания перпендикуляров, опущенных из вершин A и D на отрезки BM и CM , лежат на одной окружности.

6. Даны $n + 1$ попарно различных натуральных чисел, меньших $2n$, причем $n > 1$. Докажите, что среди них найдутся три таких числа, что сумма двух из них равна третьему.