Теоремы Кенига и Дилуорса

Теорема Кенига. *Для любого двудольного графа мощность максимального паросочетания равна мощности минимального вершинного покрытия ребер.*

Теорема Дилуорса. *Для любого конечного частично упорядоченного множества наибольшее число попарно не сравнимых между собой элементов равно наименьшему числу цепей, на которые это множество можно разбить.*

1. На двух берегах реки расположено несколько пунктов связи, некоторые из которых соединены между собой телеграфными проводами. Каждый пункт связи единовременно может передавать или принимать сообщение только по одному из своих проводов. Известно, что единовременно нельзя передать с левого берега на правый более 2016 сообщений. Докажите, что диверсионная группа может уничтожить 2016 пунтов связи так, чтобы связь между берегами стала невозможной.

2. В некоторых клетках бесконечной клетчатой плоскости стоят ладьи. Докажите, что наибольшее число попарно не бьющих друг друга ладей равно наименьшему числу рядов, содержащих все фигуры. (Ряд — собирательное понятие, включающее в себя и строки, и к столбцы.)

3. В чемпионате по футболу принимает участие несколько команд. Некоторые из них сыграли между собой по одному матчу. Известно, что в каждом матче побеждала команда, название которой идет раньше в алфавитном списке, а также, что из любых четырех команд найдутся две, сыгравшие друг с другом. Команда А считается слабее команды Б, если А проиграла Б, или если А проиграла кому–то, кто слабее Б. Докажите, что можно наградить три команды так, что любая другая команда будет слабее по меньшей мере одной из награжденных.

4. В задании олимпиады n задач. Известно, что нет двух школьников, один из которых решил все задачи, решенные другим. Какое максимальное число школьников могло принимать участие в олимпиаде?

5. Для какого минимального n можно найти такие n перестановок из 50 элмеентов, что для любой другой перестановки хотя бы один ее элемент стоял на том же месте, что и в одной из выбранных.

6. В лагере m мальчиков и d девочек. Каждый мальчик знаком не более чем с десятью девочками, а каждая девочка — не менее чем с одним мальчиком. При этом у каждой девочки больше знакомых мальчиков, чем у любого знакомого с ней мальчика — знакомых девочек. Докажите, что $m \geq \frac{11}{10}d$.