

Соображения монотонности.

1. Решите уравнение $\sqrt{x+2} + \sqrt{3x+3} = 5$.
2. Решите неравенство $\sqrt{37x+12} - \sqrt{31-6x} > 2$.
3. Решите неравенство $\sqrt{x^3+x-2} - \sqrt{3-2x} < -1$.
4. Решите уравнение $x = \sqrt{x+7} - \sqrt{x-1}$.
5. Решите уравнение $\sqrt[4]{x} + 2\sqrt[3]{x+1} = \sqrt[4]{x^2} + 2\sqrt[3]{x^2+1}$.
6. Решите уравнение $\sqrt{2\sqrt{2x+3}+3} = x$.
7. Докажите, что уравнение $x^{10} + 4x^8 + 9x^7 - 4x^5 - 6x^2 = 0$ имеет не более одного положительного корня.

Для самостоятельного решения

8. Решите неравенство $\sqrt[4]{2x-1} < 3 - \sqrt[3]{x^2+7}$.
9. Решите уравнение $x^3 + 1 = 2\sqrt[3]{2x-1}$.
10. (а) Решите уравнение $(1/2)^x + (1/4)^x = 3/4$.
(б) Решите уравнение $3^x + 4^x = 5^x$.
11. $\sqrt{x^2-x-3} + \sqrt{x^2-x+5} = \sqrt{2x+1} + \sqrt{2x+9}$.
12. Докажите, что $\frac{x}{x+y^2} + \frac{y}{y+x^2} \geq 1$ при $x, y \in (0; 1]$.