Кружок 1568. 8 класс.

Вписанные четырехугольники и другоие углы на окружности.

1. В треугольнике ABC проведены медианы AM и BN. Докажите, что если $\angle CAM = \angle CBL$, то AC=BC.
2. На стороне AB прямоугольника ABCD выбрана точка M. Через эту точку проведен перпендикуляр к прямой CM, который пересекает сторону AD в точке E. Точка P- основания перпендикуляра, опущенного из точки M на прямую CE. Найдите угол APB.
3. Четырехугольник ABCD – вписанный. На диагоналях AC и BD отметили точки K и L так, что четырехугольник BCKL получился вписанным. Докажите, что прямые KL и AD параллельны.
4. AL – биссектриса треугольника ABC, K –точка на стороне AC такая, что CK=CL. Прямая KL и биссектриса угла B пересекаются в точке P. Докажите, что AP=PL.
5. К окружности с диаметром AC проведена касательная BC. Отрезок AB пересекает окружность в точке D. Через точку D проведена еще одна касательная к окружности, пересекающая отрезок BC в точке K. В каком отношении точка K разделила отрезок BC?
6. Окружность, проходящая через вершины A, C и D прямоугольной трапеции ABCD с основаниями AD и BC, пересекает меньшую боковую сторону AB в точке P и касается прямой BC. Известно, что AD=CD.
   а) Докажите, что CP— биссектриса угла ACB.
   б) В каком отношении прямая DP делит площадь трапеции?
7. а) В треугольнике ABC $\angle C = 75°$, $\angle B = 60°$. Вершина M равнобедренного прямоугольного треугольника BCM с гипотенузой BC лежит внутри треугольника ABC. Найдите угол MAC.
   б) Окружность радиуса 2 касается середины отрезка AC треугольника ABC и пересекает сторону BC в точках K, L, так что BK=KL=LC. Известно, что угол C равен 45°. Чему равны AC и BC?
8. В треугольнике ABC проведены медианы AM и BN, O- точка их пересечения. Найдите AB, если известно, что AC=10, BC=12, а точки M, C, N и O лежат на одной окружности.
9. На дуге BC окружности, описанной около равностороннего треугольника ABC, взята произвольная точка P. Отрезки AP и BC пересекаются в точке Q. Докажите, что $1/PQ = 1/PB + 1/PC$.