

## Медиана.

*Напоминание. Медиана, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника, равна половине гипотенузы, и наоборот, если медиана равна половине стороны, к которой проведена, то треугольник прямоугольный.*

1. Докажите, что если две стороны и медиана, проведенная к третьей, в одном треугольнике равны двум сторонам и медиане, проведенной к третьей в другом треугольнике, то такие треугольники равны.
2. а) В треугольнике ABC провели медиану BM. Оказалось, что  $\angle ABM = 40^\circ$  и что  $\angle CBM = 70^\circ$ . Найдите отношение BM к AB.  
б) В треугольнике ABC провели медиану BM. Оказалось, что сумма углов A и C равна углу ABM. Найдите отношение медианы BM к стороне BC.
3. а) Высота AH остроугольного треугольника ABC равна его медиане BM. Найдите  $\angle MBC$ .  
б) Высота AH остроугольного треугольника ABC равна его медиане BM. На продолжении стороны AB за точку B отложена точка D так, что  $BD = AB$ . Найдите угол BCD.
4. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием BC проведена биссектриса BD, на продолжении BC выбрана точка E так что  $\angle EDB$  — прямой. Найдите BE, если  $CD = 1$ .
5. В трапеции ABCD ( $AD \parallel BC$ ) проведена средняя линия MN (делит боковые стороны пополам и параллельна основанию) и биссектриса BF угла ABC. BF пересекает MN в точке P. Найдите  $\angle APB$ .
6. В треугольнике ABC медиана, проведенная из вершины A к стороне BC, в четыре раза меньше стороны AB и образует с ней угол  $60^\circ$ . Найдите угол BAC.
7. Дан треугольник ABC такой, что  $\angle C = 60^\circ$ . Пусть  $AA_1$  и  $BB_1$  — высоты и  $C_1$  — середина стороны AB этого треугольника. Докажите, что треугольник  $A_1B_1C_1$  — правильный.
8. В треугольнике ABC проведена медиана AF. Точка D — середина отрезка AF, E — точка пересечения прямой CD и стороны AB. Известно, что  $BD = BF = CF$ . Докажите, что  $AE = DE$ .
9. В прямоугольнике ABCD на диагонали AC отмечена точка K так, что  $CK = BC$ . На стороне BC отмечена точка M так, что  $KM = CM$ . Докажите, что  $AK + BM = CM$ .

### Домашняя работа.

10. На сторонах AB и BC во вне построили квадраты ABKL и CBNT. Доказать, что отрезок KN в два раза больше медианы BM треугольника ABC.
11. В треугольнике ABC точка M — середина AC. На стороне BC взяли точку K так, что угол BМК прямой. Оказалось, что  $BK = AB$ . Найдите  $\angle MBC$ , если  $\angle ABC = 110^\circ$ .