

Медиана.

Напоминание. Медиана, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника, равна половине гипотенузы, и наоборот, если медиана равна половине стороны, к которой проведена, то треугольник прямоугольный.

1. Докажите, что если две стороны и медиана, проведенная к третьей, в одном треугольнике равны двум сторонам и медиане, проведенной к третьей в другом треугольнике, то такие треугольники равны.
2. а) В треугольнике ABC провели медиану BM. Оказалось, что $\angle ABM = 40^\circ$ и что $\angle CBM = 70^\circ$. Найдите отношение BM к AB.
б) В треугольнике ABC провели медиану BM. Оказалось, что сумма углов A и C равна углу ABM. Найдите отношение медианы BM к стороне BC.
3. а) Высота AH остроугольного треугольника ABC равна его медиане BM. Найдите $\angle MBC$.
б) Высота AH остроугольного треугольника ABC равна его медиане BM. На продолжении стороны AB за точку B отложена точка D так, что $BD = AB$. Найдите угол BCD.
4. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием BC проведена биссектриса BD, на продолжении BC выбрана точка E так что $\angle EDB$ — прямой. Найдите BE, если $CD = 1$.
5. В трапеции ABCD ($AD \parallel BC$) проведена средняя линия MN (делит боковые стороны пополам и параллельна основанию) и биссектриса BF угла ABC. BF пересекает MN в точке P. Найдите $\angle APB$.
6. В треугольнике ABC медиана, проведенная из вершины A к стороне BC, в четыре раза меньше стороны AB и образует с ней угол 60° . Найдите угол BAC.
7. Дан треугольник ABC такой, что $\angle C = 60^\circ$. Пусть AA_1 и BB_1 — высоты и C_1 — середина стороны AB этого треугольника. Докажите, что треугольник $A_1B_1C_1$ — правильный.
8. В треугольнике ABC проведена медиана AF. Точка D — середина отрезка AF, E — точка пересечения прямой CD и стороны AB. Известно, что $BD = BF = CF$. Докажите, что $AE = DE$.
9. В прямоугольнике ABCD на диагонали AC отмечена точка K так, что $CK = BC$. На стороне BC отмечена точка M так, что $KM = CM$. Докажите, что $AK + BM = CM$.

Домашняя работа.

10. На сторонах AB и BC во вне построили квадраты ABKL и CBNT. Доказать, что отрезок KN в два раза больше медианы BM треугольника ABC.
11. В треугольнике ABC точка M — середина AC. На стороне BC взяли точку K так, что угол BМК прямой. Оказалось, что $BK = AB$. Найдите $\angle MBC$, если $\angle ABC = 110^\circ$.